

Diss. ETH Nr. 6817

Mikrostruktur und mechanisches Verhalten des Schaumglases

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels eines
Doktors der Technischen Wissenschaften

DER
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN
HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
RUDOLF TRINKNER
dipl. Bau-Ing. ETH
geboren am 1. Januar 1941
von Zürich

Angenommen auf Antrag von
PROF. H.H. HAURI, REFERENT
PROF. DR. G. BAYER, KORREFERENT

ZÜRICH
1981

Diss. ETH Nr. 6817

Mikrostruktur und mechanisches Verhalten des Schaumglases

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels eines
Doktors der Technischen Wissenschaften

DER
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN
HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
RUDOLF TRINKNER
dipl. Bau-Ing. ETH
geboren am 1. Januar 1941
von Zürich

Angenommen auf Antrag von
PROF. H.H. HAURI, REFERENT
PROF. DR. G. BAYER, KORREFERENT

ZÜRICH
1981

Meinen Eltern

und

meiner Familie

gewidmet

VORWORT

Die vorliegende Abhandlung entstand im Rahmen eines Forschungsprojektes, welches am Institut für Flugzeugstatik und Leichtbau der ETH in Zusammenarbeit mit dem Institut für Kristallographie und Petrographie der ETH durchgeführt wurde. Dieses Vorhaben hatte das Ziel, aus Altglas einen hochwertigen Wärmedämmstoff zu erzeugen und dessen bauphysikalische und mechanische Eigenschaften sowie Anwendungsmöglichkeiten abzuklären.

Das Projekt wurde von meinem verstorbenen Doktorvater Prof. Dr. H.U. Schürch in Zusammenarbeit mit Prof. Dr. G. Bayer in befruchtender Art und Weise betreut.

Mein Kollege Dipl. Ing. S. Köse beschäftigte sich vorwiegend mit der Blähdynamik und der Herstellung des Schaumglases, während ich mich hauptsächlich mit seinen mechanischen und bauphysikalischen Eigenschaften befasste.

Prof. Dr. H.U. Schürch verfolgte die Arbeiten mit grossem Interesse und hat mit seinen Anregungen und Diskussionen die Arbeiten gefördert. Daher bin ich ihm zu grossem Dank verpflichtet.

Prof. Dr. G. Bayer unterstützte meine Arbeiten in bezug auf die morphologischen Untersuchungen und trug mit seinen Diskussionen wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei. Ihm sei daher besonderer Dank gewidmet. Herrn Prof. Dr. G. Bayer danke ich noch für die Uebernahme des Korreferates.

Die Arbeiten wurden durch den tragischen Flugunfall von Prof. Schürch am 5. Dezember 1979 bei Schänis (Kanton St. Gallen) mit tödlichem Ausgang überschattet. Bei dieser Gelegenheit möchte ich Herrn Prof. H.H. Hauri danken, der in der Folge des unerwarteten Todes von Prof. H. Schürch bereit war, die Aufgabe des Doktorvaters und Referenten zu übernehmen. Er hat mir noch viele wertvolle Anregungen gegeben und damit ermöglicht, meine Arbeit erfolgreich abzuschliessen.

Die Versuchseinrichtungen für die Bestimmung der Bruchfestigkeiten und elastischen Eigenschaften des Schaumglases wurden in Zusammenarbeit mit Herrn Dr. J. Schaffhauser und Herrn W. Matt entwickelt. Dafür bin ich ihnen sehr dankbar. Bei dieser Gelegenheit möchte ich ebenfalls den Herren Dipl. Ing. R. Käser, E. Schärli und H. Lupart für ihre Mithilfe danken.

Fislisbach, 1. Januar 1981

Rudolf Trinkner

Ergänzung:

Diese Abhandlung wurde am 31. Juli 2017 von Frau Jędrych aus Lublin mit äusserster Sorgfalt in dieses Word-Dokument umgeschrieben. Ich danke Ihr herzlich dafür.

Zürich, 27. August 2017

Dr. Rudolf Trinkner

INHALTSVERZEICHNIS

	<u>Einführung</u>	1
1.	Die Herstellung des in dieser Arbeit verwendeten Schaumglases im Labor	2
2.	Wesentliche bauliche und physikalische Eigenschaften des Schaumglases	4
A	<u>Die Struktur des Schaumglases</u>	5
1.	<u>Die Morphologie des Schaumglases</u>	5
1.1.	Begriffe	5
1.2.	Physikalische Grundlagen für das Verständnis der Morphologie des Polyederschaumglases	6
1.3.	Mikroskopische Beobachtungen am Schaumglas	7
1.3.1.	Kugelschaumglas	7
1.3.2.	Polyederschaumglas	8
1.4.	Urbilder für die Elementarpolyeder des Zellwerkes wirklicher Polyederschaumgläser	10
1.4.1.	Das α -Tetraikaidekahedron von W. Kelvin als Urbild der Elementarpolyeder des realen Polyederschaumglases	11
1.4.2.	Das β -Tetraikaidekahedron von R.E. Williams als Urbild der Elementarpolyeder des realen Polyederschaumglases	11
2.	<u>Stereologische und volumetrische Untersuchungen</u>	13
3.	<u>Schlussfolgerungen</u>	19

B	<u>Das mechanische Verhalten des Schaumglases</u>	20
1.	<u>Modellschaumgläser und ihr mechanisches Verhalten</u>	21
1.1.	Das Bruchverhalten des Glasgrundmaterials des Schaumglases	21
1.2.	Die mechanischen Eigenschaften des Kugelschaumglases	22
1.3.	Polyederschaumgläser	25
1.3.1.	Annahmen und Hypothesen	25
1.3.2.	Das Modellschaumglas "TOP"	27
1.3.2.1	Die Vorstellung des Modells	27
1.3.2.2	Die Voraussage des mechanischen Verhaltens des Modellpolyederschaumglases "TOP" durch numerische Berechnung	35
1.3.2.2.1.	Belastung des Modellschaumglases "TOP" in Richtung z des Raumes	36
1.3.2.2.2.	Belastung des Modellschaumglases "TOP" in Richtung x- oder y des Raumes	55
1.3.2.2.3.	Die Ermittlung der Schubfestigkeiten des Modellschaumglases "TOP"	59
1.3.2.2.4.	Die elastischen Eigenschaften des Modellschaumglases "TOP"	62
1.3.3.	Das Modellschaumglas "BETA"	69
1.3.3.1.	Vorstellung des Modells	69
1.3.3.2.	Die Bruchfestigkeiten und die Elastizität des Modellschaumglases "BETA"	72
1.3.4.	Das Modellschaumglas "ORTHO"	86
1.3.4.1.	Vorstellung des Modells	86
1.3.4.2.	Die Bruchfestigkeiten und das elastische Verhalten des Modellschaumglases "ORTHO"	88
1.4.	Wege zu optimalen Schaumgläsern	96
2.	<u>Versuche über die mechanischen Eigenschaften des Schaumglases</u>	99
2.1.	Die Druckfestigkeiten des Polyederschaumglases	100
2.2.	Die Torsionsschubfestigkeiten des Polyederschaumglases	104

2.3.	Die Zugfestigkeiten des Polyederschaumglases	107
2.4.	Die Elastizitätsmoduln des Polyederschaumglases	110
2.5.	Die Querdehnung ν des Polyederschaumglases	113
3.	<u>Weitere Einflüsse auf die Bruchfestigkeiten des Schaumglases</u>	116
C	<u>Verknüpfung der gewonnenen theoretischen und empirischen Erkenntnisse</u>	118
1.	Vergleich der beobachteten mechanischen Eigenschaften des Polyederschaumglases mit denjenigen des Modellschaumglases "TOP"	118
2.	Folgen der befriedigenden Uebereinstimmung der aus Theorie und Versuch ermittelten mechanischen Verhaltensweisen	120
	<u>Tabellen</u>	122
	<u>Symbolverzeichnis</u>	127
	<u>Literaturverzeichnis</u>	132
	<u>Zusammenfassung</u>	133
	<u>Summary</u>	134
	<u>Lebenslauf</u>	135

Einführung

Schaumglas ist ein Wärmedämmstoff, der hauptsächlich im Bauwesen Verwendung findet. Es wird durch Blähen einer Mischung aus zerpulvertem Glas und einem Blähstoff bei hoher Temperatur erzeugt. Je nach Führung des Herstellungsverfahrens entstehen dabei verschiedene Schaumglasstypen.

Schaumglas wird heute in verschiedenen Ländern industriell in Tunnelöfen hergestellt. Diese Schaumgläser unterscheiden sich in den chemischen Zusammensetzungen und Kornverteilungen der Ausgangsglaspulver, in Natur und Menge der Blähstoffe und in den zeitlichen Verläufen der Temperaturen (Ganglinien) im Schäum- und Abkühlungsbereich. Als Blähmittel werden weltweit Anthrazit, Qualitätskoks und die Mischungen Anthrazit-Kalk oder Kalk-Marmor verwendet. Schaumglas kann als eine erstarrte Glasmasse definiert werden, die von einer grossen Anzahl Gaszellen gleichmässig durchsetzt ist. Als sein natürliches Analogon kann Bimsstein angesehen werden. Bild Nr. 1 zeigt die photographische Aufnahme einer an der ETH geschäumten grobzelligen Schaumglasprobe.

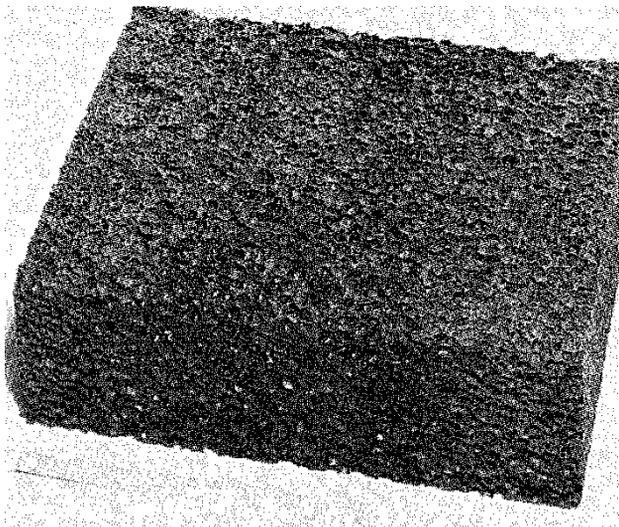


Bild Nr.1 Grobzellige Schaumglasprobe

Obwohl Schaumglas seit 1932 bekannt ist¹⁾ liegen keine Veröffentlichungen von systematischen Untersuchungen über seinen inneren Aufbau und seine mechanischen Eigenschaften vor. Deshalb wird im Rahmen dieser Abhandlung versucht, diese Lücke zu schliessen.

Die Aufgabe dieser Arbeit kann folgendermassen umschrieben werden:

- 1) Es sollen Modelle gefunden werden, um das bruchmechanische Verhalten des "Schaumglases" im Sinne der klassischen Festigkeitslehre Voraussagen zu können.
- 2) Die mit den obigen Modellen prognostizierten statischen Verhaltensweisen sollen mit Hilfe von Versuchen überprüft werden!
- 3) Finden von optimalen Schaumglasmikrostrukturen, die verfahrenstechnisch machbar wären.

1. Die Herstellung des in dieser Arbeit verwendeten Schaumglases im Labor

Diese Abhandlung wurde im Rahmen eines Forschungsprojektes ausgearbeitet, das zum Ziele hatte, tragfähige Schaumglasziegel von hohem Wärmedämmvermögen aus Altglas zu gewinnen. Dabei wurde ein Verfahren gefunden, das gestattet, Schaumglas aus einer Mischung von zerpulvertem Altglas und einem Blähstoff bei hoher Temperatur zu schäumen. Wie bei allen spröden Werkstoffen übt der Herstellungsprozess einen entscheidenden Einfluss auf das makroskopische Bruch- sowie elastische Verhalten des Schaumglases aus. Die Führung des Herstellungsverfahrens beeinflusst vor allem die Struktur des Schaumglases und die mechanischen Eigenschaften seiner Glasgrundmaterialphasen. Deshalb ist es verständlich, dass unzählige Schaumglasarten möglich sind. Aus diesen Gründen beschränkten wir uns bei den später beschriebenen experimentellen Untersuchungen der mechanischen Eigenschaften des Schaumglases auf ausgewählte Typen aus Altglas.

Diese sind das "feinzellige Schaumglas" und die beiden grobzelligen Schaumglasarten 1 und 2. Sie unterscheiden sich im Wesentlichen durch die im Herstellungsverfahren verwendeten Temperaturangablinien und in den Zusammensetzungen der Ausgangsmischungen. Diese drei Schaumglastypeen wurden in einem Muffelofen (Leistung 10kW) geschäumt. Für das feinzellige Schaumglas

¹⁾ 1932 berichtete der Sowjetrusse I.I. Kitaigorodski erstmals über Schaumglas.

wurden offene und für die Schaumglasarten 1 und 2 geschlossene zunderfeste Stahlformen verwendet. Sie wurden mit einer Mischung aus Quarzpulver, Boluston und Wasser angestrichen.

Das nachfolgende Bild Nr. 2 zeigt die Photographie des Anschliffes einer "feinzeiligen Schaumglasprobe", während Bild Nr. 1 eine entsprechende Photo eines grobzeiligen Schaumglastypees darstellt.



Bild Nr. 2 Feinzeilige Schaumglasprobe

2. Wesentliche bauliche und physikalische Eigenschaften des Schaumglases

Vergleicht man Schaumglas mit den herkömmlichen Isolationsmaterialien, so fällt seine verhältnismässig hohe Druckfestigkeit σ_{dB} auf.

Bei der Dichte $\rho = 0,5 \text{ gr/cm}^3$ weist das feineilige Schaumglas die Druckfestigkeit $\sigma_{dB} = 5,6 \text{ N/mm}^2$ auf. Dagegen liegt sie bei Gasbeton gleicher Dichte auf dem wesentlich tieferen Wert von $2,5 \text{ N/mm}^2$. Als Nachteile fallen die Sprödigkeit und das Versagen unter niedrigen Zug- und Schubspannungen ins Gewicht.

Schaumglas lässt sich leicht sägen, fräsen, feilen und bohren und besitzt ein geringes Raumbgewicht.

Der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient des Schaumglases kann für den Temperaturbereich von 0 bis 33°C im Mittel zu $\omega_t = 10,2 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ angenommen werden. Zum Vergleich beträgt er beim Beton $(9 \div 11) \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ und beim Gasbeton $8 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Schaumglas leitet die Wärme sehr schlecht. So wurden für zwei willkürlich gewählte Schaumglasprüfkörper der Dichte $\rho = 0,137 \text{ gr/cm}^3$ beziehungsweise $\rho = 0,217 \text{ gr/cm}^3$ die Wärmeleitfähigkeiten zu $\lambda = 0,055 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ respektive $0,072 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ mit dem Einplattengerät bestimmt.

Gasbeton der Dichte $\rho = 0,5 \text{ gr/cm}^3$ hat den Wert $0,22 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ für λ .

An einem Prüfkörper aus der Schaumglasart 1 der Dichte $\rho = 0,277 \text{ gr/cm}^3$ wurde die Dampfleitfähigkeit $\lambda_D = 34,8 \cdot 10^{-5} \text{ mg/m} \cdot \text{h} \cdot \text{P}_a$ beobachtet. Es gibt

Schaumgläser der Dichte $\rho = 0,137 \text{ gr/cm}^3$, die die wesentlich niedrigere Dampfleitfähigkeit von $\lambda_D = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ mg/m} \cdot \text{h} \cdot \text{P}_a$ aufweisen.

A DIE STRUKTUR DES SCHAUMGLASES

Da in Übereinstimmung mit der Aufgabenstellung zu dieser Arbeit von der Mikrostruktur des Schaumglases auf sein mechanisches Verhalten im Sinne der klassischen Festigkeitslehre geschlossen werden soll, befasst sich dieses Kapitel ausführlich mit dem Problemkreis "Struktur" des Schaumglases. Der Begriff "Struktur" umfasst hier die Morphologie sowie die mit ihr in Wechselbeziehung stehende volumetrische Verteilung der inneren Gasphasen des Schaumglases.

1. Die Morphologie des Schaumglases

1.1. Begriffe (1)

Das Wort "Schaum" ist ein Sammelbegriff, der für zwei grundsätzlich verschiedene Schaumarten gebraucht wird, nämlich für "Kugelschaum" und für "Polyederschaum".

Beim "Kugelschaum" handelt es sich um eine konzentrierte Verteilung oder Häufung selbständiger Kugelblasen in einem gasigen, flüssigen oder erstarrten Verteilungsmittel. Jede Blase des Kugelschaumes besitzt den ihr eigentümlichen kapillaren Krümmungsdruck, der dem Kehrwert des Krümmungsradius proportional ist. Durch Expansion oder Wachstum im begrenzten Raum verformen sich die Kugelblasen im viskosen beziehungsweise elastoplastischen Medium zwangsläufig zu polyedrischen Wabenblasen, ohne ihre Selbständigkeit aufzugeben ("unechter Polyederschaum").

Im Gegensatz zum Kugelschaum mit selbständigen Blasen handelt es sich beim "Polyederschaum" um einen Verband polyedrisch geformter Blasen, die ihre Selbständigkeit verloren haben. In diesem Blasenverband stellt sich im Gleichgewicht der nach verschiedenen Raumrichtungen wirkenden Kapillarkräfte eine bestimmte Gleichgewichtsstruktur ein, die nur ganz bestimmte Polyederformen der Blasen verwirklichen kann.

In dieser Abhandlung befassen wir uns mit erstarrten Schäumen, die aus flüssigen Glasschmelzen gebläht wurden.

Deshalb können wir mit Hilfe obiger Begriffe folgende Schaumglasarten definieren:

- 1) Kugelschaumglas und
- 2) Polyederschaumglas.

1.2 Physikalische Grundlagen für das Verständnis der Morphologie des Polyederschäumglases

Die Struktur des Schaumes wird durch das Gleichgewichtsprinzip der Mechanik regiert. Es ist äquivalent zum Prinzip der minimalen Oberflächenenergie.

J. Plateau hat 1873 in seinem Buche "Statique Uxperimentale et theorique des liquides" die folgenden

Grundprinzipien für Polyederschäume aus Flüssigkeitslösungen formuliert:

- a) Nur drei Filme können sich in einer Linie treffen und sie müssen sich unter den gleichen Winkeln von 120° schneiden (Gleichgewicht der Oberflächenkräfte oder Prinzip der minimalen Oberflächenenergie)¹⁾.
- b) Nur sechs Filme können sich an einem Punkt treffen und benachbarte Randlinien ("Kanten") müssen sich unter gleichen Winkeln von $109^\circ 28'$ schneiden (Folgt von a).
- c) Jede Zellwand zwischen zwei Zellen muss eine konstante mittlere Krümmung $K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ aufweisen.

Bemerkungen:

ad b) Wenn mehr als sechs Filme sich treffen würden, wäre das Gleichgewicht instabil (Mitteilung von J. Plateau an Kelvin).

ad c) Der Film zwischen zwei benachbarten Blasen eines im Zustand des Gleichgewichtes befindlichen Flüssigkeitsschaumes wird in einem beliebigen Punkte durch die Flächenlast $\Delta_p = 2 \cdot \alpha \cdot K$ beansprucht.

Dabei bedeutet $K = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ die mittlere Krümmung im betreffenden Punkte (R_1 und R_2 sind die zugehörigen Krümmungsradien, die verschiedene Vorzeichen haben, wenn die Krümmungsmittelpunkte auf verschiedenen Seiten des Zellwandfilmes liegen) und α die Oberflächenspannung des Flüssigkeitsfilmes.

¹⁾ Unter Filme versteht man die Zellwände der Polyederschäume.

Folgerungen:

- 1) Die Wandfolien zwischen zwei beliebigen Blasen eines Polyederschaumes weisen die konstante Flächenbelastung $\Delta\rho = \Delta\rho_0$ auf. Damit hat diese Folie auch die konstante mittlere Krümmung $K = \frac{\Delta\rho_0}{2\alpha}$ (= Prinzip c) von J. Plateau).
- 2) Die Wandfilme eines im Gleichgewichtszustand befindlichen gewichtslosen allseitig unbegrenzten Polyederschaumes aus einer beliebigen Flüssigkeitslösung weisen alle die mittlere Krümmung $K = \frac{\Delta\rho}{2\alpha} = 0$ auf, da $\Delta\rho$ überall verschwindet; d.h. alle Blasen haben denselben Innendruck p .

1.2. Mikroskopische Beobachtungen am Schaumglas

1.3.1 Kugelschaumglas

Bild Nr. 3 zeigt die Elektronenmikroskopaufnahme der Bruchfläche einer Kugelschaumglasprobe aus gesintertem farbigem Altglaspulver ($0 \leq \Phi \leq 125\mu$), deren Dichte $\rho = 1.75\text{gr} / \text{cm}^3$ beträgt. Beim Sintern wurde die maximale Temperatur während 11 Minuten auf 960°C angehalten.

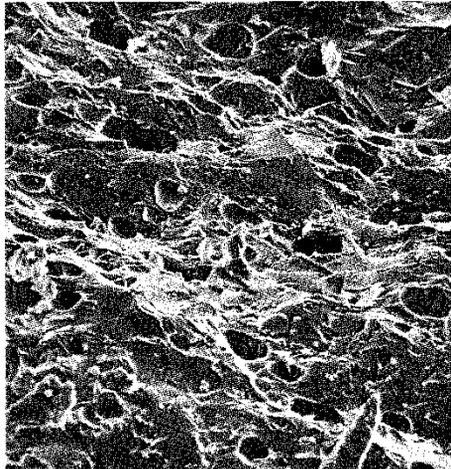


Bild Nr. 3. Bruchfläche einer Kugelschaumglasprobe im Masstab 392 : 1

Mit einer Röntgenuntersuchung konnte festgestellt werden, dass die hier behandelte Probe etwa 10 + 15 % Devitrit und Spuren von Cristobalit¹⁾ enthält. Anhand eines Dünnschliffes konnte die mittlere freie Distanz der Kugelblasen der hier dargestellten Kugelschaumglasprobe zu 80 μ bestimmt werden.

1.3.2 Polyederschaumglas

Eine Betrachtung des Anschliffes der von uns hergestellten Polyederschaumgläser zeigt im allgemeinen die in Bild Nr. 4 dargestellte Struktur.

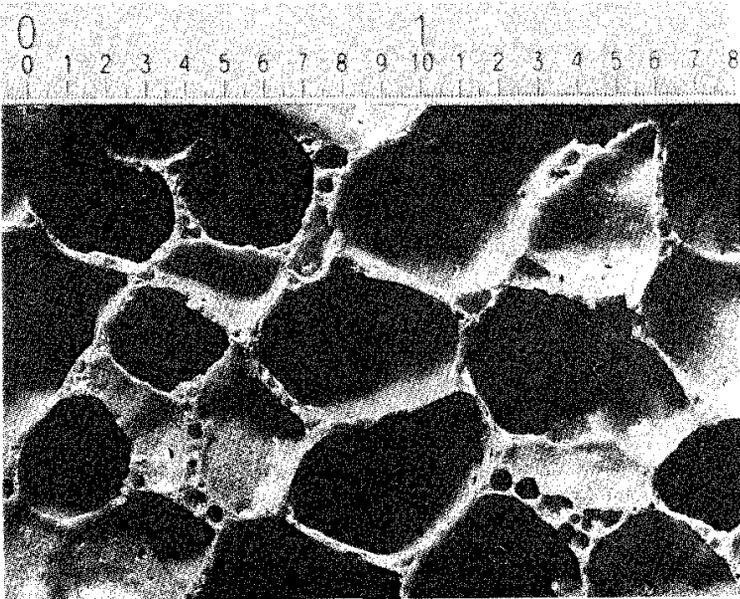


Bild Nr. 4 Anschliff einer grobzelligen Polyederschaumglasprobe

¹⁾ SiO₂ ist polymorph und tritt deshalb in der Natur in drei verschiedenen Kristallformen auf:

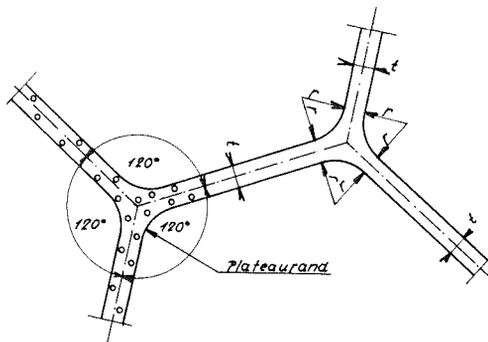
- 1) als Quarz
- 2) als Cristobalit (kubisch) und
- 3) als Tridymit (hexagonal).

Es handelt sich hier um den Ansliff des gleichen Schaumglasquaders, wie er in Bild Nr. 1 gezeigt wurde. Man erkennt hier den Formenreichtum der unzähligen Polyederzellblasen!

Um ausdrücken zu können, dass die Zellwandungen aus formfesten und kapillarraumarmen Kugelschaumglas bestehen, wollen wir sie in Zukunft als Folien bezeichnen¹⁾.

Aufnahmen der Dünnschliffe durch eine beliebige Polyederschaumglasprobe mittels polarisiertem Licht zeigen, dass im Glas-Grundmaterial der Zellwandfolien sehr viele kleine Kristalle sowie nicht chemisch reagiertes Blähmittel eingelagert sind.

Da auch in der ursprünglichen Glasschmelze - aus der das Polyederschaumglas gebläht wird - Oberflächenspannungen wirksam sind, können die physikalischen Prinzipien für flüssige Polyederschäume, wie sie in Abschnitt 1.2 beschrieben wurden, auch auf das erstarrte Polyederschaumglas angewendet werden. Daher kann behauptet werden, dass im statistischen Mittel die Morphologie aller beliebigen zweidimensionalen Schnitte durch eine willkürliche Polyeder- schaumglasprobe durch folgende - mit den Prinzipien von J. Plateau im Einklang stehende - idealisierte Skizze ausgedrückt werden kann.



Idealisierter Schnitt durch eine Polyederschaumglasprobe

¹⁾ E. Manegold versteht unter einer Folie ein formfestes kapillarraumarmes Blatt, während er unter einer Membran ein formfestes kapillarraumreiches Blatt versteht (1).

Wir sehen auch, dass dort, wo drei Zellwandfolien sich normalerweise unter dem Gleichgewichtswinkel von 120° treffen, die Oberflächen mit sogenannten Plateauränder zylindrisch ausgerundet sind.

1.4. Urbilder für die Elementarpolyeder des Zellwerkes wirklicher Polyederschäumgläser

Die Mittelflächen aller Zellwandfolien des Polyederschäumglases bilden ein Flächenwerk, welches Zellwerk heissen soll. Es wird von den Oberflächen der verschiedenartigsten konvexen Polyedern, die den Raum vollständig erfüllen, gesetzmässig aufgebaut. Diese Körper werden künftig als Elementarpolyeder oder Grundpolyeder des Zellwerkes des Polyederschäumglases bezeichnet!¹⁾

Die Morphologie geht vom Gedanken aus, dass die reichhaltige Formenwelt der Elementarpolyeder des Zellwerkes einer beliebigen Polyederschäumglasprobe lediglich Abwandlungen eines Urbildes seien (2). Entsprechen ihrer Denkweise soll nun nach den Urbildern aller individueller Elementarpolyeder des Zellwerkes des Polyederschäumglases gesucht werden.

An die Urbilder der Grundpolyeder des Polyederschäumglases werden folgende Anforderungen gestellt:

- 1) Es sollen aus lauter kongruenten Urbilder Zellwerke von Idealschäumgläser gebildet werden können, deren Morphologien im Einklang mit den Grundprinzipien für Flüssigkeitsschäume von J. Plateau stehen;
- 2) Die kongruenten Urbilder müssen den Raum vollständig erfüllen (Folge von 1);
- 3) Die prozentuale Verteilung der vier-, fünf- und sechseckigen Teilflächen des Zellwerkes eines solche# Idealschäumglases soll im statistischen Mittel möglichst den Beobachtungen in der Natur entsprechen.

¹⁾ Der Ausdruck "Grundpolyeder oder Elementarpolyeder des Polyeder Schäumglases" soll das Gleiche bedeuten.

1.4.1. Das α -Tetraikaidekahedron von W. Kelvin als Urbild der Elementarpolyeder des realen Polyederschäumglases

Bild Nr. 5a zeigt das α -Tetraikaidekahedron von W. Kelvin (3), das als Grundpolyeder eines idealen Polyederschäumglases herangezogen werden kann.

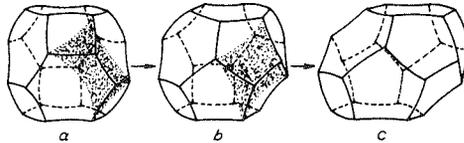


Bild Nr. 5 Das α -Tetraikaidekahedron und das β -Tetraikaidekahedron

Dieser Polyeder ist eng auf das Abgeschnittene Oktaeder bezogen¹⁾. Es weist acht doppelt gekrümmte hexagonale Flächen und sechs viereckige ebene Flächen auf. Alle 36 Randlinien des α -Tetraikaidekahedrons sind kongruente ebene Bogen. Die gekrümmten Oberflächen (Minimalflächen) sind ein Erfordernis des Minimums der Oberflächenenergie.

In einem Polyederschäumglas, dessen Zellwerk aus lauter solcher gleichen Elementarpolyeder aufgebaut ist, treffen sich drei Zellwandfolien unter einem Schnittwinkel von 120° an einer "Kante", eine ist vierseitig und zwei sind hexagonal. Dieses Idealschäumglas erfüllt alle Bedingungen von J. Plateau.

Das Polyeder bildet die Grundlage für die später zu behandelnden Modellpolyederschäumgläser "TOP" und "ORTHO".

1.4.2. Das β -Tetraikaidekahedron von R.E. Williams als Urbild der Elementarpolyeder des realen Polyederschäumglases

Matzke und Nestler zeigten, dass die statistische Verteilung der Polyederflächen des Zellwerkes der Seifenblasenpackungen sich sehr von derjenigen in Idealschäumen unterscheidet, welche Zellwerke besitzen, die aus lauter

¹⁾ Das Abgeschnittene Oktaeder gehört zu den dreizehn Archimedischen Körpern

Kelvinpolyeder aufgebaut wurden. Sie stellten dabei eine Vorliebe für pentagonale Seitenflächen fest.

Die folgende Zusammenfassung von R.E. Williams möge dies illustrieren:

Konten pro Polyederfläche	600 gleichförmige Blasen 0.1 oder 0.2cm ³ %	100 kleine Blasen 0.05 cm ³ in Mischung %	50 grosse Blasen 0.4cm ³ in Mischung %	Idealschaume aus	
				α-Tetraikaidekahedrons %	β-Tetraikaidekahedrons %
3					
4	10.5	32.9	11.3	42.9	14.3
5	67.0	58.1	48.1		57.1
6	22.1	8.9	28.3	57.1	28.6
7	4.4	0.1	11.2		
8			1.0		
9			0.1		

Aus diesem Grunde schlug R.E. Williams 1968 das β - Tetraikaidekahedron als Grundpolyeder für das Zellwerk natürlicher Schäume vor (4)!

Bild Nr. 5c zeigt das neue Polyeder von R.E. Williams, das als Elementarpolyeder eines mit den Grundprinzipien von J. Plateau verträglichen Idealpolyederschäumglases angesehen werden kann. Es kann mechanisch vom Kelvinpolyeder abgeleitet werden, indem man irgend eine "Kante" zweier seiner benachbarten sechseckigen Flächen - inklusive den an ihren Enden anschliessenden "Kanten" - nimmt (siehe Bild 5a), das Ganze verdreht und wieder zusammenfügt. Das resultierende Polyeder (Bild Nr. 5b) mit vier vierseitigen und vier fünfseitigen und sechs sechseckigen Flächen ist ebenfalls raumerfüllend. Anschliessend wird die gleiche Operation mit der entsprechenden Gruppe von "Kanten" auf der gegenüberliegenden Seite des Polyeders ausgeführt. Man erhält dann den Körper (β -Tetraikaidekahedron) auf Bild Nr. 5c.

Diese Transformation behält die gleiche Anzahl von 14 Flächen, 24-Ecken und 36 "Kanten" bei wie das α - Tetraikaidekahedron und die Eckwinkel bleiben 109°28'. Wie die obenstehende Tabelle zeigt, entspricht die prozentuale Verteilung der Flächen ungefähr den Verhältnissen in der Natur.

Dieser Grundpolyeder wird später verwendet, um das Elementarpolyeder des Modellschaumglases "BETA" zu entwerfen.

2. Stereologische und volumetrische Untersuchungen

Die nun folgenden Ausführungen befassen sich mit den Aufteilungen der gesamten Gasvolumina verschiedener realer Polyederschäumgläser auf die Gasinhalte aller ihrer Polyederblasen und auf die Volumen aller Kugelporen in ihren Zellwandfolien sowie mit den stereologisch¹⁾ für jede Zelle ermittelten später definierten "Mittleren Abschnittslängen".

Wenn unter dem Porenanteil n eines Schaumglaskörpers der Dichte ρ das Verhältnis zwischen dem Gesamtvolumen aller seiner Poren und seinem Aussenvolumen verstanden wird, ergibt sich nach Ausführung einer einfachen Massenbilanz der Zusammenhang

$$n = 1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{Glas}}} \quad 1).$$

Dabei bedeutet ρ_{Glas} die Dichte des den Schaumglaskörper aufbauenden Grund-materials aus Vollglas.

Mit Hilfe einer Röntgenuntersuchung an Proben, die aus Altglaspulver mit einer für die Schaumglasblähung geeigneten Temperaturanglinie gesintert wurden, konnte festgestellt werden, dass das Grundmaterial des Schaumglases chemisch als aus normalen Gebrauchsglas bestehend angenommen werden kann. Es weist die Dichte

$$\rho_{\text{Glas}} = 2.48 \text{gr/cm}^3 \text{ auf.}$$

Diese Voraussetzung wurde noch durch Pyknometermessungen der Dichte der mit einer Zylindermühle aus Schaumglasprüfkörper gewonnen Grundmaterialpulver ($0 \leq \phi \leq 63\mu$) bestätigt.

Die beobachteten Werte für die Porenanteile n der von uns hergestellten Polyederschäumgläser schwanken zwischen 64 % und 90 % für das feinzellige Polyederschäumglas sowie zwischen 82 % und 90 % für die Schaumglasarten 1 und 2.

Bedeutet der Porenanteil n^* das Verhältnis zwischen dem Porenvolumen in allen Zellwandfolien eines eine homogene Struktur aufweisenden Polyeder

¹⁾ Die Stereologie befasst sich mit dem Problem, wie mit den zweidimensionalen Beobachtungen im ebenen Schnitt auf die dreidimensionale Struktur eines Körpers geschlossen werden kann.

Schaumglaskörpers und ihrem Gesamtvolumen sowie ρ^* ihre Dichte, so erhält man analog zu Gleichung Nr. 1 den Zusammenhang

$$n^* = 1 - \frac{\rho^*}{\rho_{\text{Glas}}} \quad 2)$$

für die Zellwandfolien alleine.

Auf Grund dieser Relation war es naheliegend, die Porenanteile n^* in mittelbarer Art und Weise über die Messung der Dichten ρ^* der Zellwandfolien aus Kugelschaumglas zu bestimmen. Da die Dichte ρ^* der Kugelschaumwandfolien unseres Wissens nur mit dem Pyknometer bestimmt werden kann, wurden die Prüfkörper - die schon einen statischen Bruchversuch erlitten - zertrümmert und diejenigen Scherben, deren Abmessungen für die Bestimmung der Dichte ρ^* geeignet waren, herausgesiebt und in chemisch reinem Wasser gekocht¹⁾. Anschliessend wurden nach dem Abkühlen auf Raumtemperatur die Dichten ρ^* der Zellwandfolien nach den Regeln der Pyknometermessung bestimmt.

Das Diagramm auf Bild Nr. 6 zeigt Punkte, deren Koordinaten die Werte p und n^* bedeuten, die an Prüfkörpern gemessen wurden, die aus den Probenreihen der Schaumglasarten 1 und 2 gewonnen wurden. Wie das Schaubild lehrt, besteht für die Proben der Schaumglasart 2, die bei verhältnismässig niedrigen Temperaturen geschäumt wurden, eine eindeutige Regression²⁾

$$n^* = 93,43 \cdot p - 6,16 \quad 3)$$

zwischen dem Porenanteil n^* (%) und der Dichte ρ (gr/cm^3).

Dagegen konnte bezüglich den bei verhältnismässig hohen Temperaturen geblähten Proben der Schaumglasart 1 kein solcher Zusammenhang mehr nachgewiesen werden.

¹⁾ Die Mischung aus Scherben und Wasser (chemisch rein) musste gekocht werden, um Gasanreicherungen an den Zellwandscherben zu vermeiden, die die Messung der Scherbedichte ρ^* verfälschen würden.

²⁾ Die Regression ist aber nur im Definitionsbereich $0,26 \leq \rho \leq 0,35 \text{ gr} / \text{cm}^3$ sichergestellt.

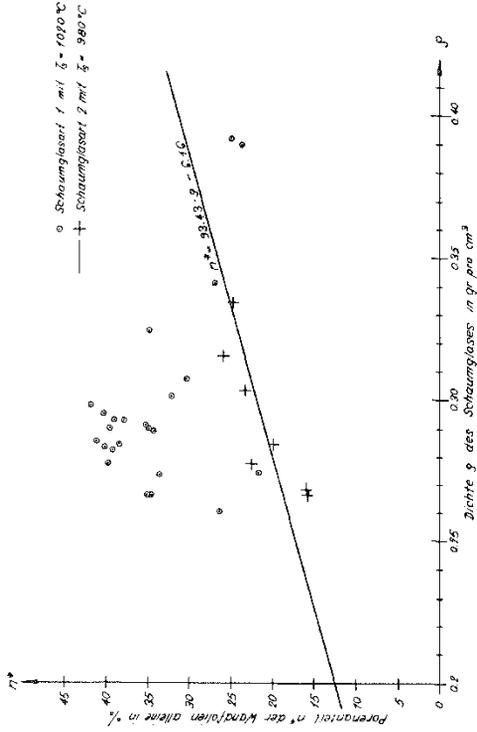


Bild Nr. 6 Porenanteil n^* der Zellwandfolien des Schaumglases alleine in Abhängigkeit von seiner Dichte ρ

Wird mit n_z das Verhältnis zwischen den in den Polyederblasen einer Polyederschaumglasprobe eingeschlossenen Gasvolumen und dem Probenvolumen sowie mit dem Symbol ω das Verhältnis $\frac{n_z}{n}$ verstanden, so erhält man nach Berücksichtigung der weiter oben definierten Parameter n und n^* sowie nach Ausführung einer einfachen Volumenbilanz den algebraischen Zusammenhang

$$\omega =: \frac{n_z}{n} = \frac{n-n^*}{n(1-n^*)} \quad 4)$$

auf den später wiederholt zurückgegriffen wird.

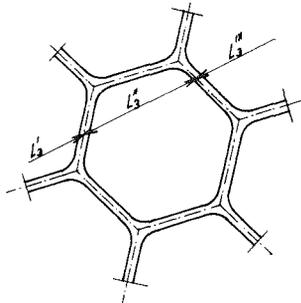


Bild Nr. 7 Definition der Mittleren Abschnittslänge \bar{L}_3

Legt man gedanklich in sämtlichen Richtungen des Raumes, der von einer beliebigen Polyederschaumglasart erfüllt ist, Geraden, so werden diese durch das aus den Elementarpolyedern gebildete Zellwerk dieses Schaumglases in unzählige ungleichlange Abschnitte L_3^i zerschnitten (siehe Bild Nr. 7). Das arithmetische Mittel dieser Teilabschnitte beträgt

$$\bar{L}_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_3^i \quad 5)$$

Und wird in der Stereologie als "Mittlere Abschnittslänge" bezeichnet (5). Diese Länge \bar{L}_3 , die auch als "Mittlere Abschnittslänge" der raumerfüllenden Elementarpolyeder des Zellwerkes des Polyederschaumglases auf einer Testlinie gedeutet werden kann, ersetzt den landläufigen ungenauen Begriff "Zellgröße".

Sie wurde an den in dieser Abhandlung untersuchten Polyederschäumglasproben mit Hilfe der stereologischen Gleichung

$$\bar{L}_3 = \frac{1}{N_L} \quad 6)$$

mittelbar über eine Bestimmung des Parameters N_L gemessen. N_L bedeutet hier die Anzahl Abschnitte der Grundpolyeder des Zellwerkes des Schaumglases pro Einheitslänge der Testlinie in einer zweidimensionalen Schnittebene (5).

Die Koordinaten (ρ, L_3) der im Diagramm auf Bild Nr. 8 eingezeichneten Punkte wurden an Proben der Schaumglasart 1 und 2 sowie des feinzelligen Polyederschäumglases gemessen.

Im gleichen Schaubild wurden auch die Kurven der aus den soeben erwähnten Messpunkten bestimmten nicht linearen Regressionsgleichungen

$$\bar{L}_3 = 11.01 \cdot e^{-4.41\rho} \quad 7)$$

für die Schaumglasart 1 respektive

$$\bar{L}_3 = 7.98 \cdot e^{-4.33\rho} \quad 8)$$

für die Schaumglasart 2 sowie

$$\bar{L}_3 = 4.98 \cdot e^{-5.05\rho} \quad 9)$$

für das feinzellige Polyederschäumglas eingetragen.

Alle drei Regressionen weisen für jeden der drei behandelten Schaumglastypeen einen eindeutigen Zusammenhang zwischen der Dichte ρ ^[gr/cm³] und der "Mittleren Abschnittslänge" \bar{L}_3 (mm) ihrer Grundpolyeder nach. Das Diagramm zeigt auch, wie bei gleichbleibender Dichte ρ mit steigender Schäumtemperatur T_s die Abmessungen ihrer Grundpolyeder zunehmen.

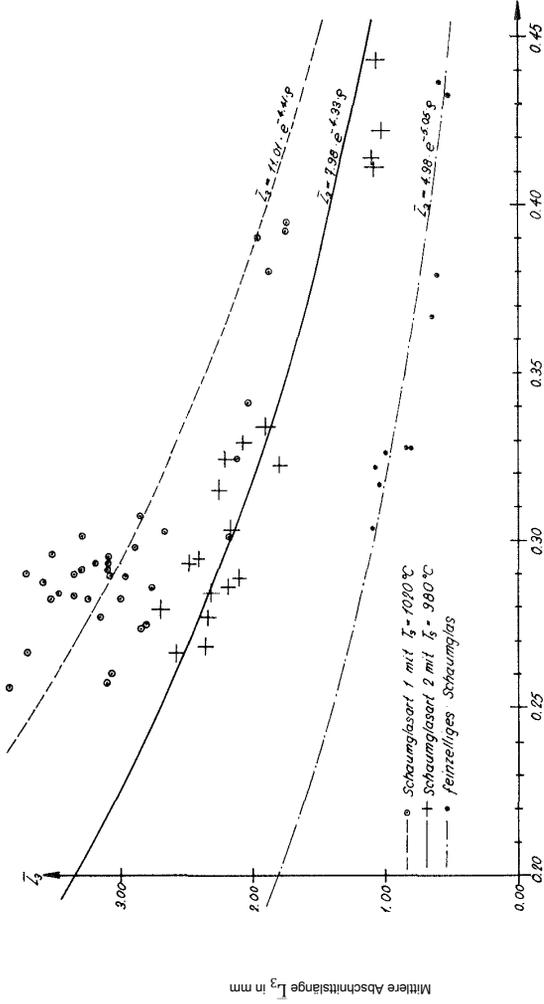


Bild Nr. 8 Die Mittlere Abschnittslänge L_3 des Schaumglases in Abhängigkeit von seiner Dichte p

3. Schlussfolgerungen

Auf Grund der Ausführungen des Abschnittes 1 dieses Kapitels kann postuliert werden, dass wirkliche Polyederschaumglaskörper lediglich Abwandlungen eines mit den Prinzipien von J. Plateau im Einklang stehenden Idealschaumes seien, dessen Zellwerk aus lauter raumerfüllender kongruenter Grundpolyeder besteht. Als Elementarpolyeder dieses Idealschaumglases, die in Abschnitt 1 dieses Kapitels als Urbilder der Grundpolyeder eines realen Polyederschaumglases bezeichnet werden, kennt man bis heute nur das α -Tetrakaidekahedron von Kelvin und das β -Tetrakaidekahedron von R.E. Williams. Dabei entspricht die statistische Verteilung der Arten der Polyederflächen in einem Idealschaum, dessen Zellwerk aus lauter β -Tetrakaidekahedrons als Grundpolyeder auf gebaut sein soll, am ehesten den Verhältnissen in der Natur als beim "Kelvinschaum".

Aus den Ausführungen in Abschnitt 2 dieses Kapitels kann geschlossen werden, dass die Temperaturanglinie des Schäumprozesses sowie die Ausgangsmischung für die Schaumglasherstellung einen entscheidenden Einfluss auf die Morphologie sowie die Regressionen zwischen der Dichte ρ und den Parametern n^* und \bar{L}_3 ausüben.

Dabei zeigt sich, dass die Eindeutigkeit der soeben erwähnten Zusammenhänge bei höheren Blähtemperaturen verloren geht.

B Das mechanische Verhalten des Schaumglases

Hier werden die im vorhergehenden Kapitel beschriebenen Urbilder der Elementarpolyeder realer Polyederschaumgläser verwendet, um Modellschaumgläser zu finden, die sich für die Vorhersage der äusseren Bruchfestigkeiten eignen. Um diese Absicht zu ermöglichen, wird vom mit der Methode der finiten Elemente ermittelten Zusammenhang zwischen beliebig gewählten äusseren Flächenbelastungen und den Spannungszuständen im Inneren des Zellwerkes des Polyederschaumglases ausgegangen. Dazu wird ein Bruchkriterium gebraucht. Simultan bekommt man dabei aber auch die elastischen Kennwerte des Schaumglases.

Die Bruchfestigkeiten und Elastizitätszahlen wurden auch an verschiedenen Polyederschaumgläsertypen (siehe Abschnitt Nr. 1 der Einführung) experimentell in Abhängigkeit von der Dichte ρ und des stereologischen Parameters n^* untersucht, um sie später mit den an Hand der Modellvorstellungen vorausgesagten Kennwerten vergleichen zu können. Wie bereits in Abschnitt Nr. 1.3.2 des Kapitels A dieser Abhandlung festgestellt werden konnte, bestehen die Zellwerke der industriell oder im Labor erzeugten Schaumgläser i.a. aus einem Aggregat von sehr mannigfaltig gestalteten Grundpolyedern. Die Zellwandfolien dieser Schaumglasproben, die manchmal vom Blähgas durchschlagen wurden, bestehen meistens aus sehr ungleichförmigem Kugelschaumglas. Dabei darf nicht vergessen werden, dass die Gestalt der Grundrisse dieser Zellwandfolien sowie ihre Querschnittsformen von Folie zu Folie ändern. Man erkennt aus dem soeben gesagten, dass der Rechenaufwand für die Voraussage der mechanischen Eigenschaften des Polyederschaumglases auf Grund eines Modelles, das seine wirkliche von Ort zu Ort ändernde Morphologie zu erfassen versucht, für eine numerische Berechnung mittels eines Computers sicher zu gross ist. Er würde auch zu keinen besseren Ergebnissen führen, als eine Berechnung auf Grund eines vereinfachten Modelles.

Aus diesen Gründen wollen wir - wie bereits gesagt - von den in Abschnitt Nr. 1.4 des Kapitels A behandelten Urbildern für die Elementarpolyeder wirklicher Polyederschaumgläser ausgehen, um Modellschaumgläser zu finden, die einer EDV-Berechnung mit vernünftigen Zeitaufwand zugänglich wären.

1. Modellschaumgläser und ihr mechanisches Verhalten

1.1. Das Bruchverhalten des Glasgrundmaterials des Schaumglases

Glas, aus dem das Grundmaterial des Schaumglases besteht, ist ein Festkörper, in welchem die Atome oder Moleküle - im Gegensatz zu den kristallinen Körpern - unregelmässig angeordnet sind. Darin liegt auch die Ursache seines spröden Bruchverhaltens und seiner Isotropie. Diese Erscheinung des Sprödbrechens ist gekennzeichnet durch das Entstehen und schnelle Wachstum eines an der Oberfläche des Vollglases liegenden Anrisses. Man kann dabei in kontinuummechanischer Betrachtungsweise ein linear-elastisches Materialverhalten des Glasgrundmaterials des Schaumglases bis zum Bruch annehmen. Diese Betrachtungsweise des Bruchproblems spröder Materialien geht auf A.A. Griffith (1920) zurück (6).

Der Grundgedanke der Griffith-Theorie lautet in Worten ausgedrückt: "Bei instabiler Rissvergrößerung (die natürlich zum Bruch führt) muss die gesamte potentielle Energie abnehmen; d.h. es muss ein Ueberschuss der freigesetzten elastischen Energie über die benötigte Oberflächenenergie vorhanden sein."

Als Beispiel sei hier der in Bild Nr. 9 dargestellte Griffith-Riss behandelt, der in einer allseitig unbegrenzten unter dem äusseren einachsialen ebenen Spannungszustand stehenden Scheibe eingebettet ist.

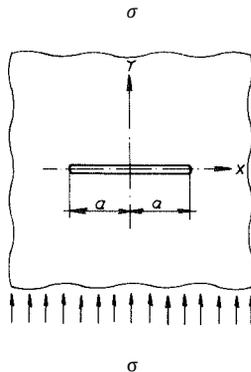


Bild Nr. 9 Der Griffith-Riss in der ebenen Scheibe

Bezeichnet man mit E den Elastizitätsmodul und mit γ_0 die spezifische Oberflächenenergie des Grundmaterials der Scheibe, so kommt es zum Bruch, sobald die äussere Beanspruchung σ die kritische Spannung

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E \cdot \gamma_0}{\pi \cdot a}} \quad 10)$$

erreicht.

Die Brucherscheinung äussert sich im plötzlichen schnellen unbegrenzten Wachstum des anfänglichen Risses.

Die kritische Spannung σ_c ist viel kleiner als die theoretische Festigkeit, die sich aus den ionischen oder kovalenten atomaren Bindungen ergeben würde. Für Glas beträgt die spezifische Oberflächenenergie

$$\gamma_0 = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{N/mm}$$

und die praktische Risslänge kann dafür zu $3 \cdot 10^{-3}$ mm angenommen werden.

1.2. Die mechanischen Eigenschaften des Kugelschaumglases

Bild Nr. 10 zeigt eine Kugelpore in einem allseitig unbegrenzten linearelastischen Körper!

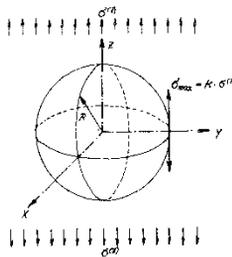


Bild Nr. 10 Die Kugelpore im elastischen Raum

Wirkt auf diesen Körper eine in x- und y- Richtung unendlich ausgedehnte äussere Flächenbelastung $\sigma^{(z)}$, so treten die grössten Hauptzugspannungen

$$\sigma_{\text{Max}}^{(z)} = k \sigma^{(z)} \quad 11)$$

am Umfang des Grosskreises der Kugelpore auf, dessen Ebene normal zur Richtung der äusseren Beanspruchung $\sigma^{(z)}$ liegt.

Der Faktor auf der rechten Seite der soeben gegebenen Beziehung wird allgemein als Formzahl der Kugelpore genannt und kann aus der Querdehnungszahl ν des die Pore umgebenden elastischen Mediums gemäss der Formel

$$k = \frac{27-15\nu}{14-10\nu} \quad 12)$$

bestimmt werden (7).

Während den weiteren hier folgenden theoretischen Untersuchungen kann man in sehr realistischer Weise von der Voraussetzung ausgehen, dass die Durchmesser der in die Vollglasmatrix des Kugelschaumglases eingebetteten Kugelporen sicher die Länge $2a_0$ der Griffith-Flaws übersteigen. Dann liegen bei einer genügenden Flaw-Dichte im Bereiche der maximalen Hauptzugsspannungen $\sigma_{\text{Max}}^{(z)} = k \sigma^{(z)}$ an den Oberflächen der Kugelporen mit Gewissheit Griffith-Flaws.

Da das makroskopische Bruchverhalten des Kugelschaumglases durch die Zugfestigkeit σ_c seines Grundmaterials aus Vollglas bestimmt ist, gilt im Einklang mit den Ausführungen in Abschnitt Nr. 1.1 für ihre Bestimmung die Hypothese von A.A. Griffith. Für den ebenen Spannungszustand gilt nach dieser Hypothese der Ausdruck

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E \cdot \gamma_0}{\pi \cdot a}} \quad 13)$$

der die Zugfestigkeit σ_c des Grundmaterials aus Vollglas des Kugelschaumglases mit seiner spezifischen Oberflächenenergie γ_0 und seinem Elastizitätsmodul E sowie der halben Flawgrösse a verknüpft. Nach Smekal hängt γ_0 auch vom umgebenden Medium ab (8).

Mit Einbezug der Voraussetzung der Unabhängigkeit der halben Flaw-Grösse a vom Porenanteil n^* und unter Berücksichtigung der Relation Nr. 13 beträgt

die Festigkeit des Grundmaterials des Kugelschaumglases

$$\sigma_B^{GM}(n^*) = \sigma_B^{GM}(n^* \rightarrow 0) = \sigma_c \quad 14).$$

Bei Vernachlässigung des Einflusses der Wechselwirkung vieler Kugelporen ¹⁾ auf die Formzahl k erfolgt dann der Bruch im Kugelschaumglas mit dem Porenanteil n*, sobald ⁽²⁾ (siehe Bild Nr. 10) aus Gleichgewichtsgründen die Gleichung

$$\sigma^{(2)} \cdot k = (1 - n^*) \cdot \sigma_B^{GM}(n^* \rightarrow 0) \quad 15)$$

erfüllt. Dabei bedeutet (1 - n*) den Nettoquerschnitt im Kugelschaumglas. Substituiert man in obigem Ausdruck $\sigma^{(2)}$ durch das Symbol $\sigma_B(n^*)$ für die Zugfestigkeit des Kugelschaumglases und löst die obige Gleichung nach ihr auf, so erhält man die Gleichheit

$$\sigma_B(n^*) = \frac{1}{k} \sigma_B^{GM}(n^* \rightarrow 0)(1 - n^*) \quad 16).$$

Diese Formel bleibt sogar richtig, wenn der Porenanteil n* des Kugelschaumglases gegen Null strebt, denn auch nur eine einzige Pore verursacht bereits eine deutliche Festigkeitsreduktion. Obwohl dies eigentlich nur für die im allseitig unbegrenzten Glaskörper eingeschlossene Kugelpore streng gilt, wurde später für die Formzahl k der Wert 2.0 verwendet.

Anhand von Dünnschliffen durch eine Kugelschaumglasprobe aus gesintertem Altglaspulver (gleiche Probe wie in Abschnitt Nr. 1.3.1, Kapitel A) konnte der Einklang obiger Näherungstheorie mit unseren Bedürfnissen nachgewiesen werden.

Nach Hasselman und Fulrath (9) gilt für den Elastizitätsmodul E (n*) des Kugelschaumglases mit dem Porenanteil n* der Ansatz

$$E(n^*) = E(n^* = 0) \cdot e^{-3.95n^*} \quad 17).$$

¹⁾ Dies würde mit einer kleinen Abweichung zutreffen, wenn die Abstände der Kugelporen etwa viermal dem Porendurchmesser betragen würden.

Für den Elastizitätsmodul $E(n^*)$ sowie den Schubmodul $G(n^*)$ eines porösen Materials mit geringem Porenanteil n^* gibt V. Satava (10) die Formeln

$$E(n^*) = E(n^* = 0) \left[1 - \frac{(1-\nu)(27+15\nu)}{2(7-5\nu)} \cdot n^* \right]$$
$$G(n^*) = G(n^* = 0) \left[1 - \frac{15(1-\nu)}{7-5\nu} \cdot n^* \right]$$
18)

von Hashin an.

Mit Hilfe der Beziehungen von Hashin und der bekannten Gleichung $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ kann leicht bewiesen werden, dass die Querdehnungszahl $\nu(n^*)$ des Kugelschaumglases praktisch unabhängig von n^* bleibt; d.h. es gilt mit genügender Genauigkeit

$$\nu(n^*) \triangleq \nu(n^* = 0) = 0.21 = \text{konstant}$$
19).

1.3. Polyederschaumgläser

1.3.1. Annahmen und Hypothesen

Wie die Ausführungen in Kapitel A dieser Abhandlung zeigen, enthalten die Zellwandfolien der realen Polyederschaumgläser sehr viele Poreneinschlüsse und können damit als Kugelschaumglas idealisiert werden. Beispielsweise schwanken die Porenanteile n^* der Zellwandfolien bei den Schaumglasarten 1 und 2 zwischen 16 % und 42 %. Es wurde auch gezeigt, dass das Grundmaterial der Zellwandfolien dem kompakten Gebrauchsglas entspricht, dessen Dichte zu $\rho_{\text{Glas}} = 2.48$ angenommen werden kann.

Aufgrund der soeben erwähnten Fakten und im Hinblick auf das Ziel, den Rechenaufwand für die Voraussage der mechanischen Eigenschaften des Polyederschaumglases mittels eines Computers in einem vernünftigen Rahmen zu halten, werden in Zukunft seine aus Kugelschaumglas bestehenden Zellwandfolien als Kontinuum aufgefasst, das folgende mechanische Eigenschaften aufweisen soll:

- 1) Die einachsige Zugfestigkeit des Kontinuums betrage im ebenen Spannungszustand
$$\sigma(n^*) = \frac{1}{2} \sigma_B(n^* = 0) \cdot (1 - n^*)$$
20).
- 2) Sein Elastizitätsmodul habe den Wert

$$E(n^*) = E(n^* = 0)e^{-3.95n^*} \quad 21).$$

3) Die Querdehnungszahl des Kontinuums sei

$$v(n^*) = v(n^* = 0) = 0.21 \quad 22).$$

In den obigen Formeln Nr. 20 bis und mit Nr. 22 werden im Blick auf die spätere Verwendung die bruchmechanischen und elastischen Kennwerte des Grundmaterials der als Kontinuum behandelten Kugelschaumglasfolien zu

$$\begin{aligned} \sigma^{GM}(n^* = 0) &= 90^N / \text{mm}^2 \\ E(n^* = 0) &= 72'600^N / \text{mm}^2 \text{ und} \\ v(n^* = 0) &= 0.21 \text{ angenommen} \end{aligned}$$

Diese Werte entsprechen einer Glasart, die i.a. die folgende chemische Zusammensetzung in Gewichtsprozenten aufweist:

73 % SiO₂, 15 % Na₂O, 10 % CaO, 1 % Al₂O₃ und 0,05 % Fe₂O₃.

Die in Abschnitt Nr. 2 dieses Kapitels experimentell bestimmten mechanischen Materialkennwerte wurden an Prüfkörpern gemessen, die aus Proben herausgearbeitet wurden, die aus Altglaspulver von ungefähr obiger chemischer Zusammensetzung geschäumt wurden. Daher scheinen obige Annahmen für das Grundmaterial der Kugelschaumglasfolien des Polyederschaumglases bezüglich eines späteren Vergleiches der theoretisch vorausgesagten und experimentell bestimmten Bruchfestigkeiten, Elastizitätsmoduln und Querdehnungszahlen vernünftig und sinnvoll.

Weiter wird für die künftige Ermittlung der Bruchfestigkeiten des Polyederschaumglases die Hypothese auf gestellt, wonach der Bruch im Polyederschaumglas auf der Oberfläche derjenigen Zellwandfolie aus Kugelschaumglas mit dem Porenanteil n^* beginne, wo die grösste überhaupt im Schaumglas auftretende oberflächliche Hauptzugspannung gerade die Zugfestigkeit

$$\sigma_B(n^*) = \frac{1}{k} \sigma_B^{GM}(n^* = 0) \cdot (1 - n^*) \quad 16a)$$

der betreffenden als Kontinuum aufgefassten Wandfolie erreicht.

1.3.2 Das Modellschaumglas "TOP"

1.3.2.1 Die Vorstellung des Modells

Da als Folge der Hypothese in Abschnitt Nr. 1.3.1 dieses Kapitels die initialen Zerstörungen des Polyederschaumglases infolge beliebigen äusseren Beanspruchungen auf den Oberflächen der als Kontinuum aufgefassten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas beginnen, sollen die Spannungszustände auf diesen Flächen möglichst gut bekannt sein!

Um diese Beanspruchungszustände im Rahmen eines vernünftigen Aufwandes numerisch zu bestimmen, wurde daher von dem in Abschnitt Nr. 1.4.1 des Kapitels A erwähnten Idealschaumglas ausgegangen, bei dem die Mittelflächen der Zellwandfolien ein Zellwerk bilden, das aus lauter kongruenten Kelvin'schen Elementarpolyedern (auch α - Tetraikaidekahedron genannt) besteht. Dabei wurden nun aber alle doppeltgekrümmten sechseckigen Seitenflächen seiner Grundpolyeder zu ebenen Flächen deformiert. Durch diese Operation ergibt sich ein neues Polyederschaumglasmodell, das auf den Bildern Nr. 11 und Nr. 12 dargestellt wurde. Die Elementarpolyeder des Zellwerkes des neuen Polyederschaumglasmodells bestehen nun aus lauter kongruenten Abgeschnittenen Oktaedern (einer der dreizehn Archimedischen Körper). Ihre Gestalt wurde auf Bild Nr. 13 festgehalten. Aus diesem Grunde wollen wir das soeben gefundene Modellpolyederschaumglas Modellschaumglas "TOP" nennen ¹⁾.

Zwar sind im Modellschaumglas "TOP" die in den Bedingungen a) und b) von J. Plateau (siehe Abschnitt 1.2 des Kapitels A) angegebenen Winkel nicht mehr eingehalten! Da sich diese Abweichungen nur in den näheren Umgebungen der "Kanten" der Kelvinpolyeder bemerkbar machen, können sie vernachlässigt werden. Die Morphologie der einzelnen Abgeschnittenen Oktaeder, die als Elementarpolyeder das Modellschaumglas "TOP" aufbauen, kann durch die Symmetrie einer der 32 Kristallklassen (Punktgruppen) der Kristallographie beschrieben werden (11).

¹⁾ "TOP" = Abkürzung für "Truncated Octahedron Plateau". "Truncated Octahedron" ist das englische Wort für Abgeschnittener Oktaeder.

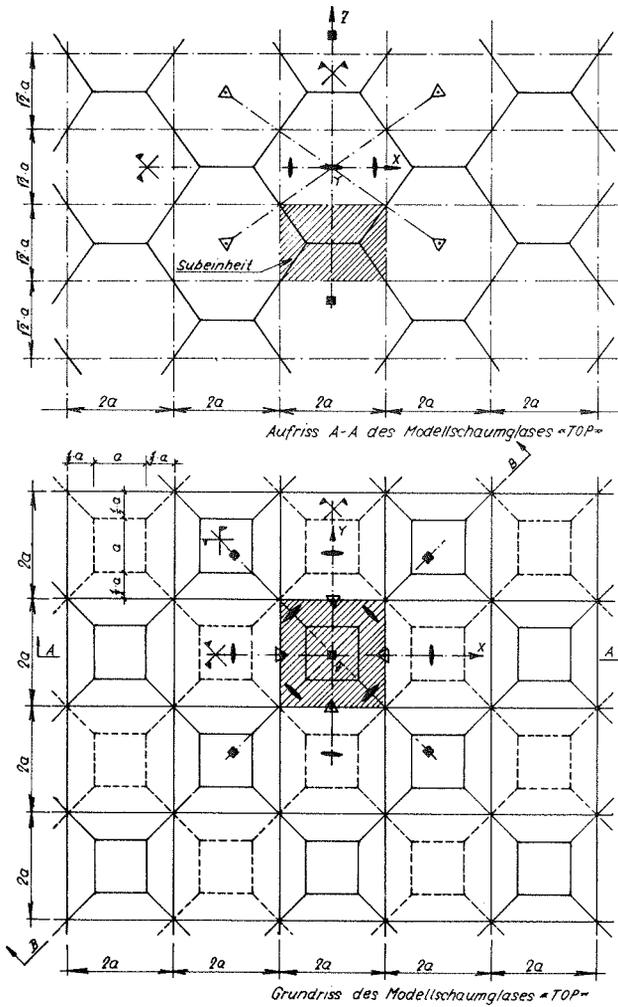


Bild Nr. 11 Grund- und Aufriss des Modellschaumglases "TOP"

Bild Nr. 12 Schnitt B-B des Modellschaumglases "TOP"

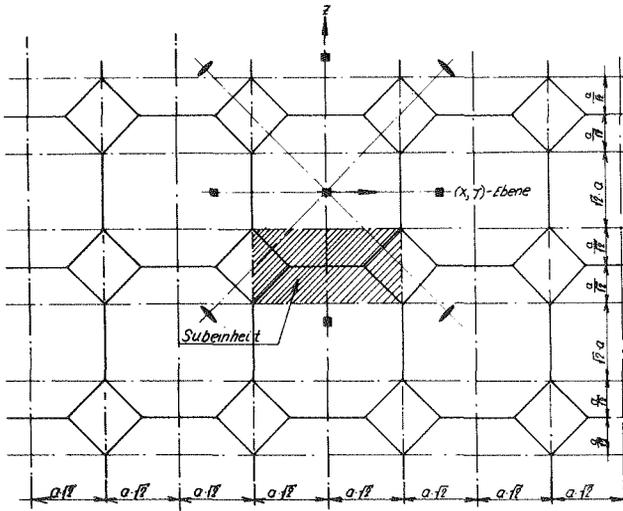
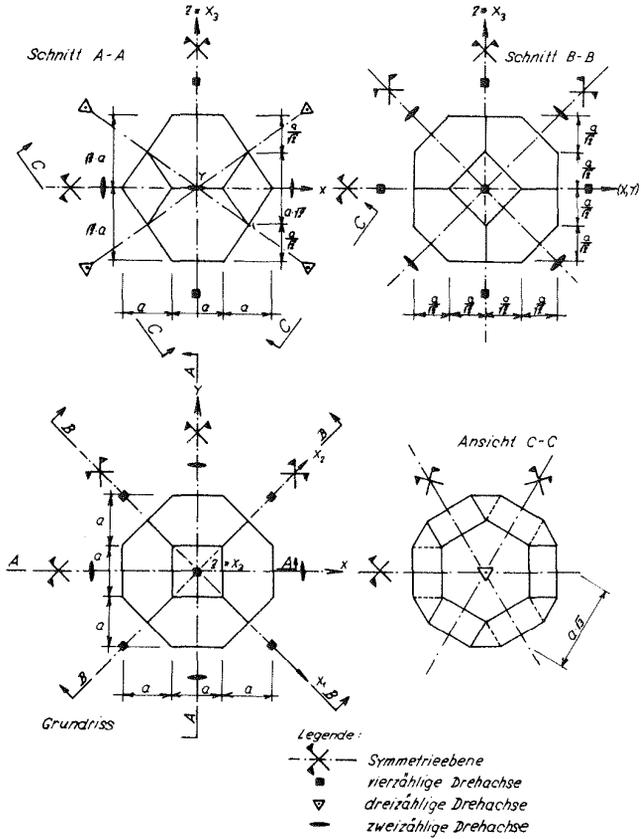


Bild Nr. 13 Das Abgeschnittene Oktaeder als Elementarpolyeder des Modellschaumglases "TOP"



Mit Hilfe des Bildes Nr. 13 können die Symmetrieelemente der Punktgruppe dieser Abgeschnittenen Oktaeder auf folgende Weise beschrieben werden:

- 1) Das Abgeschnittene Oktaeder besitzt drei vierzählige Drehachsen ¹⁾, die paarweise normal aufeinanderstehen und je durch die Schwerpunkte seiner gegenüberliegenden Quadratseitenflächen bestimmt werden;
- 2) Das Polyeder weist aber auch vier dreizählige Drehachsen auf, deren Lagen je durch die Schwerpunkte seiner gegenüberliegenden Sechseckseitenflächen festgelegt werden;
- 3) Das Elementarpolyeder weist dazu sechs zweizählige Drehachsen auf, die je durch die Mittelpunkte gegenüberliegender Schnittkanten je zweier seiner Sechseckseitenflächen bestimmt werden;
- 4) Das Grundpolyeder hat auch neun Symmetrieebenen, die auf seinen zwei- oder vierzähligen Drehachsen je senkrecht stehen und immer seinen Schwerpunkt enthalten; und
- 5) Ein Symmetriezentrum im Schwerpunkt des Polyeders.

Die soeben aufgezählten Symmetrieelemente bilden eine Punktgruppe oder Kristallklasse, die i.a. mit dem international gebräuchlichen Symbol $m\bar{3}m$ bezeichnet und zum kubischen Kristallsystem zugeordnet wird. Da das Hexakisoktaeder als allgemeine Form auch zu dieser Kristallklasse gehört, kann man diese Klasse oder Punktgruppe mit dem Synonym "Hexakisoktaedrische Klasse" bezeichnen.

Die Beschreibung des Modellschaumglases "TOP" mit den Bildern Nr. 11 bis und mit Nr. 13 zeigt, dass infolge des periodischen Aufbaues seines Zellwerkes alle für seine einzelnen herausgelösten Grundpolyeder soeben beschriebenen Symmetrieelemente auch auf das gesamte allseitig unbegrenzte Modellschaumglas "TOP" übertragen werden können. Man kann daher sagen, dass das Zellwerk des Modellschaumglases "TOP" auch zur Kristallklasse oder Punktgruppe $m\bar{3}m$ gehört.

In Abschnitt Nr. 1.3.2 des Kapitels A wurde am Beispiel des realen Polyederschaumglases gezeigt (siehe auch Bild Nr. 14), dass dort, wo drei Zellwandfolien sich normalerweise unter dem Gleichgewichtswinkel von 120° treffen, die

¹⁾ Kommt ein Körper nach Drehung mit dem Winkel $\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ um eine mit dem Körper festverbundene Gerade mit sich selbst zur Deckung, so nennt man diese eine "n - zählige Drehachse".

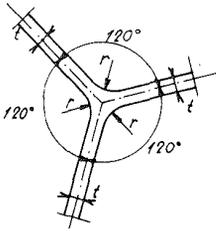


Bild Nr. 14 Der Schnittbereich dreier Zellwandfolien

Oberflächen mit sogenannten Plateauränder zylindrisch ausgerundet sind, im gleichen Abschnitt wurde auch festgestellt, dass im realen Polyederschaumglas die Zellwandfolien als aus Kugelschaumglas bestehend angenommen werden können. Aus diesem Grunde werden von jetzt an diese beiden Fakta mitberücksichtigt.

Für das Modellschaumglas "TOP" besteht ein einfacher Zusammenhang zwischen der Geometrie des Modells und dem Porenanteil $n_z = n \cdot \omega$, der von allen Zellwandfolien aus Kugelschaumglas eingeschlossen wird.

Auf Bild Nr. 13 dieses Abschnittes wurde ein Elementarpolyeder unseres Modellschaumglases "TOP" dargestellt, dessen Zellwandmittelflächen ein Zellwerk bilden, das aus lauter solcher kongruenter "Abgeschnittener Oktaeder" aufgebaut ist. Bild Nr. 15 zeigt den Schnitt dieses Grundpolyeders und seiner Abschlusspartien mit der (y - z) oder (x - z) - Ebene.

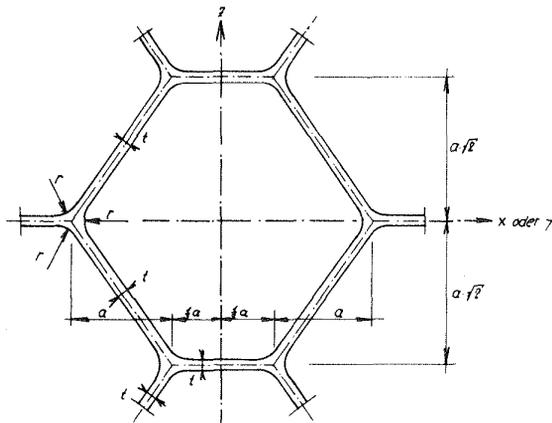


Bild Nr. 15

Schnitt des Grundpolyeders des Modellschaumglases "TOP" mit der xz- oder yz - Ebene

Die auf die Volumeneinheit bezogene Mittelfläche der Wandfolien aus Kugelschaumglas des Modellschaumglases "TOP" beträgt

$$S_V = \frac{1.1837}{a} \left[\frac{\text{mm}^2}{\text{mm}^3} \right] \quad 23).$$

Dabei bedeutet a die Kantenlänge der Grundpolyeder des Zellwerkes, das die Mittelflächen der Zellwandfolien des Modellschaumglases bilden.

Unter Vernachlässigung der in Bild Nr. 15 eingezeichneten Plateauränder mit dem Radius r und der Durchdringung je dreier Zellwandfolien der Stärke t im Bereich ihrer gemeinsamen "Schnittlinien" erhält man algebraisch die Komponente des gesamten Porenanteils $n = 1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{Glas}}}$ eines Körpers aus dem Modellschaumglas "TOP", die auf die von den Zellwandfolien aus Kugelschaumglas eingeschlossenen Gasphasen entfällt zu

$$n_z = n \cdot \omega = 1 - S_V \cdot t \quad 24).$$

Berücksichtigt man aber den Volumenanteil der in Bild Nr. 15 eingezeichneten Plateauränder und den Einfluss der oben erwähnten Ueberschneidungen der Zellwandfolien, so kommen zur rechten Seite des obigen Zusammenhanges noch zwei zusätzliche Glieder hinzu! Es ergibt sich dann der Porenanteil der von den Zellwandfolien eingeschlossenen polyederförmigen Gasblasen zu

$$n_z = 1 - 1.1837 \frac{t}{a} + 0.4620 \left(\frac{t}{a} \right)^2 - 0.1820 \left(\frac{r}{a} \right)^2 \quad 25).$$

Der Zusammenhang zwischen dem Porenanteil n des Modellschaumglases "TOP" und den in Kapitel A, Abschnitt Nr. 2, definierten Parametern n_z und n^* wird durch die einfache volumetrische Gleichung

$$n = n^* + (1 - n^*) \cdot n_z \quad 26)$$

gegeben.

Trotz der Tatsache, dass die Kontur der bereits weiter oben eingeführten Plateauränder eigentlich nur vom Gasblasendruck und den Oberflächenspannungen während dem Schäumprozess abhängt, wurden die Radien der kreiszylinderförmig

angenommenen Plateauränder willkürlich zu

$$r = 2 t$$

festgelegt, wobei t die Stärke der ebenflächig angenommenen Wandfolien des Modellschaumglases bedeutet.

Begründung:

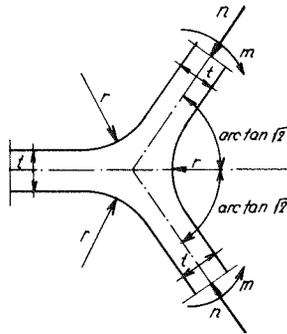


Bild Nr. 16 Mit Schnittkräften beanspruchter Plateaurand

Der Einfluss eines Biegemoments m sowie einer Normalkraft n auf den Spannungszustand im Plateaurand (siehe Darstellung auf Bild Nr. 16) wurde unter Zugrundelegung eines ebenen Verzerrungszustandes (EVZ) in der Normalebene zur Schnittlinie der Mittelebenen dreier Zellwandfolien numerisch untersucht. Diese Voraussetzung eines ebenen Verzerrungszustandes ist sicher zulässig, da die Länge a der Schnittlinie der Mittelebenen dreier beliebiger benachbarter Kugelschaumwandfolien viel grösser als ihre Wandstärke t ist. Der Spannungszustand zeigte sich bei dieser Annahme $r = 2 t$ so ausgewogen, dass ohne weiteres die Kerbwirkung des Plateaurandes praktisch vernachlässigt werden darf.

Würde jedoch im Gegensatz zu obiger Annahme $r = 0$ betragen, so bekäme man im Sinne Neubers eine Formzahl α , die beim Biegemoment m 1,62 und bei der Normalkraft n 1,69 betragen würde.

Folgerung aus obiger Annahme $r = 2 t$:

Da sich dann unter der Annahme $r = 2 t$ die obige Gleichung Nr. 25 zum

Ausdruck

$$n_z = 1 - 1.1837 \frac{t}{a} - 0.2660 \left(\frac{t}{a}\right)^2 \quad (27)$$

spezialisiert, erhält man unter Berücksichtigung des Zusammenhanges zwischen dem Porenanteil n und den Parametern n_z und n^* nach Gleichung Nr. 26 die Dichte des Polyederschaumglases zu

$$\rho = (1-n)\rho_{\text{Glas}} = f\left(\frac{t}{a}, n^*\right) \quad (28).$$

1.3.2.2. Die Voraussage des mechanischen Verhaltens des Modellpolyederschaumglases "TOP" durch numerische Berechnung

Auf Grund der zeichnerischen Darstellung des Grund- und Aufrisses des Modellschaumglases "TOP" auf den Bildern Nr. 11 und Nr. 12 kann eingesehen werden, wie sein ganzes Zellwerk nicht nur durch die periodische Anordnung lauter kongruenter Abgeschnittener Oktaeder, sondern auch durch periodisches Aneinanderreihen von lauter kongruenter Flächenwerken, die wir Subeinheiten nennen wollen, beschrieben werden kann. Bild Nr. 17 zeigt eine solche Subeinheit.

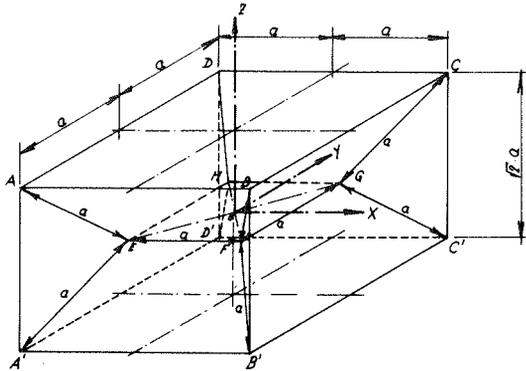


Bild Nr. 17 Subeinheit des Modellschaumglases "TOP"

Jede Teilfläche dieser Subeinheit fällt mit der Mittelfläche einer ganzen oder halben Zellwandfolie des Modellschaumglases zusammen. Deshalb kann durch eine beliebige Subeinheit ein zusammenhängendes ebenes Plattenwerk definiert werden, das wir als "Materielle Subeinheit" des Modellpolyederschaumglases bezeichnen wollen.

In den folgenden Unterabschnitten werden verschiedene seitlich unbegrenzte Flächenbelastungen untersucht, die das allseitig unbegrenzte Modellschaumglas "TOP" beanspruchen.

1.3.2.2.1. Belastung des Modellschaumglases "TOP" in Richtung z des Raumes

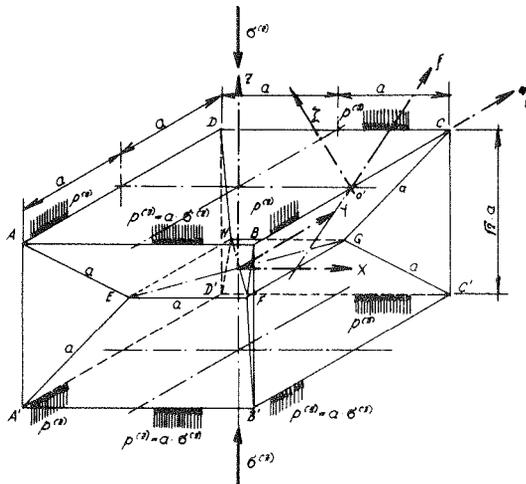


Bild Nr. 18 Die mit den Linienlasten $\rho^{(z)}$ aus der äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$ beanspruchte Subeinheit des Modellschaumglases "TOP"

Jede Subeinheit des Zellwerkes aus den ebenen Mittelflächen der Zellwandfolien des allseitig unbegrenzten Modellschaumglases "TOP" ist gleichberechtigt. Deshalb kann jedes mit einer Subeinheit verbundene geeignete Koordinatensystem als ruhend betrachtet und damit für den ganzen Polyederschaumglaskörper als ruhendes Bezugssystem gewählt werden. Folglich wird bezüglich den weiteren Untersuchungen die in obigem Bild Nr. 18 dargestellte Subeinheit

benutzt und das mit ihr verbundene Koordinatensystem x, y, z für den ganzen Modellschaumglaskörper als ruhendes Bezugssystem vorausgesetzt.

Grund- und Aufriss des Zellwerkes des Modellschaumglases (Bild Nr. 11 und Nr. 12) zeigen, wie die parallel zu den Achsen x, y, z des ruhenden Bezugssystems verlaufende Kanten (z. B. \overline{BC} und $\overline{CC'}$) der Subeinheit je auf einer zweizähligen Drehachse des ganzen Modellschaumglases liegen. Vor, während und nach Belastung des Modellschaumglases mit der in x - und y - Richtung unbegrenzten äusseren Flächenlast $\sigma^{(z)}$ bleiben die Symmetrieeigenschaften dieser Drehachsen erhalten und sie bleiben gerade.

Die z - Achse des mit der Subeinheit verbundenen Koordinatensystems x, y, z bleibt vor, während und nach der Belastung $\sigma^{(z)}$ eine vierzählige Drehachse des Modellschaumglases "TOP". Aus diesem Grunde brauchen die geometrischen Randbedingungen für die gedanklich aus seinem Zellwerk herausgelöste Subeinheit nur am Beispiele ihrer Ränder \overline{BC} und $\overline{CC'}$ ausführlich behandelt zu werden. Da jede Teilfläche der Subeinheit des Modellschaumglases eine Mittelfläche einer ebenen Zellwandfolie bildet, kommt ihr Herauslösen aus dem Zellwerk des Modellpolyederschaumglases einem gleichzeitigen Herausschneiden eines aus ebenen Platten bestehenden Flächentragwerkes (= Materielle Subeinheit) gleich. Die Randbedingungen für die an den Schnittändern dieses Tragwerkes auf tretenden Momente und Kräfte können aus den geometrischen Bedingungen mit Hilfe der Platten beziehungsweise Scheibentheorie gefunden werden.

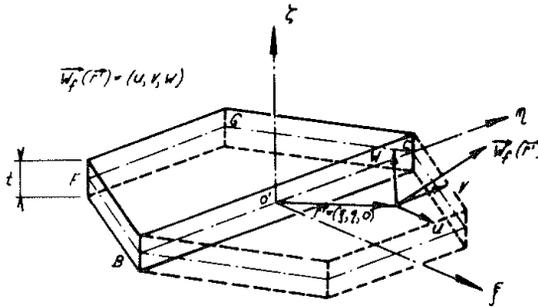


Bild Nr. 19 Hexagonförmige ebene Zellwandfolie des Modellschaumglases "TOP"

Wie Bild Nr. 19 zeigt, ist die trapezförmige Fläche \overline{BCGF} der Subeinheit als Hälfte der Mittelfläche einer hexagonförmigen ebenen Zellwandfolie

(der Stärke t) des Modellpolyederschamglasses zu betrachten. In den Bildern Nr. 18, Nr. 19 und Nr. 20 wurde das mit der betrachteten Platte (= Zellwandfolie) fest verbundene rechtshändige Koordinatensystem ξ, η, ζ eingetragen, dessen Ursprung o' im Mittelpunkt der Strecke BC liegt.

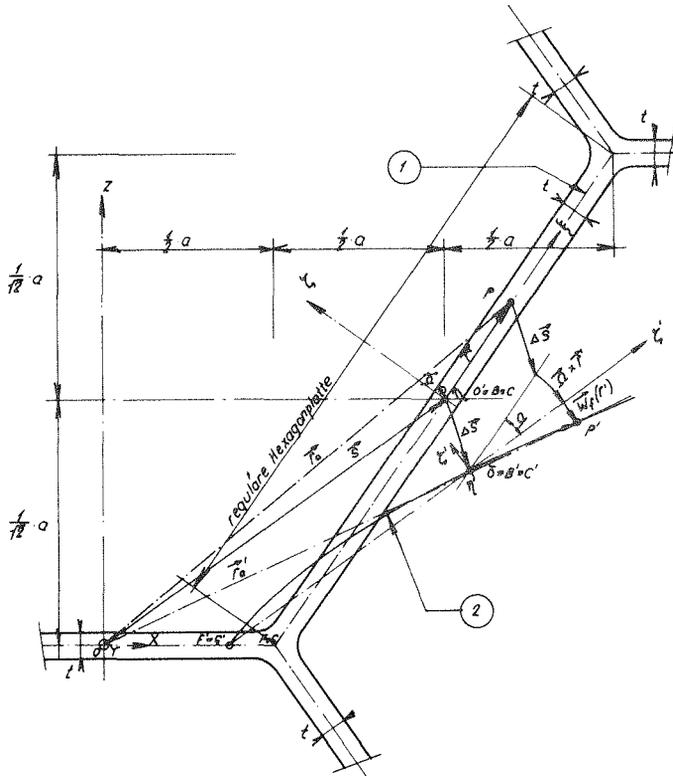


Bild Nr. 20 Schnitt der Materieellen Subeinheit des Modellschaumglasses "TOP" mit der xz - Ebene

1. Modellschaumglas unbelastet
2. Modellschaumglas belastet

Bild Nr. 20 zeigt den Schnitt der betrachteten Hexagonplatte des Modellschaumglases "TOP" mit der xz - Ebene vor, während und nach der Belastung mit $\sigma^{(z)}$. Die Hexagonplatte erleidet infolge dieser äusseren Beanspruchung Starrkörperbewegungen und Formänderungen. Als Starrkörperbewegungen (siehe Bild Nr. 20) führt sie als ganzes eine Translation $\Delta\vec{s}$ und eine Rotation $\vec{\Omega}$ (die Wirkungslinie des Vektors $\vec{\Omega}$ verläuft parallel zur η - Achse) aus. Dabei verschiebt sich jeder Punkt P der Platte mit dem Fahrstrahl $\vec{r}'_a = \vec{s} + \vec{r}'$ (bei klein vorausgesetzten Betrag des Drehwinkels $\vec{\Omega}$) in die neue Lage

$$\vec{r}'_a = \vec{r}_a + \Delta\vec{s} + \vec{\Omega} \times \vec{r}' \quad (29).$$

In Wirklichkeit verhält sich die bis jetzt als starr angenommene Platte (Zellwandfolie) idealelastisch. Sie wird sich als Element des Modellschaumglases "TOP" unter der äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$ so verformen, dass an allen ihrer Ränder der geometrische Zusammenhang (Verträglichkeit) mit den anschliessenden Zellwandfolien (siehe Bild Nr. 20) gewährleistet bleibt. Infolge dieser Tatsache ist jedem Punkt P der Platte noch der Verschiebungsvektor $\vec{w}'_f(\vec{r}')$ zuzuordnen. Dieser kann als Relativverschiebung bezüglich des Koordinatensystems ξ, η, ζ interpretiert werden. Damit bewegt sich jeder Punkt P(\vec{r}'_a) der Platte¹⁾ in die neue Endlage

$$\vec{r}''_a = \vec{r}_a + \Delta\vec{s} + \vec{\Omega} \times \vec{r}' + \vec{w}'_f(\vec{r}') \quad (30).$$

Die - Achse des Koordinatensystems ξ, η, ζ fällt mit der durch die beiden Punkte B und C definierten zweizähligen Drehachse zusammen und besitzt die gleiche Richtung wie der Drehwinkel $\vec{\Omega}$. Folglich verschwinden für alle Punkte P der η - Achse die Vektoren $\vec{w}'_f(\vec{r}')$ und das vektorielle Produkt $\vec{\Omega} \times \vec{r}$ in obenstehender Beziehung. Das bedeutet, dass sich

¹⁾ Ein ebener Flächenträger, der nur durch Kräfte in seiner Ebene beansprucht wird und dessen Mittelfläche bei der Formänderung eben bleibt, wird Scheibe genannt. Derselbe Körper wird als Platte bezeichnet, wenn er einer Belastung unterworfen ist, die eine Verwölbung der ursprünglich ebenen Fläche hervorruft. Ebene Flächenträger, welche gleichzeitig als Scheibe und als Platte beansprucht sind, werden auch als Platten bezeichnet.

alle Punkte $P(\vec{r}_a = \vec{s} + \vec{r}')$ auf der Strecke BC translatorisch um $\Delta\vec{s}$ in die neue Endlage mit dem Fahrstrahl

$$\vec{r}_a = \vec{s} + \vec{r} + \Delta\vec{s} \quad 31)$$

bewegen ($\vec{r}' \parallel \eta$ - Achse).

Die Komponentenschreibweise der jedem Punkt $P(\vec{r}' = (\xi, \eta, \zeta))$ der Plattenmittelebene bezüglich dem System ξ, η, ζ zugeordnete Relativverschiebung lautet (siehe Bild Nr. 19)

$$\vec{W}_t(\vec{r}' = (\xi, \eta, \zeta)) = (u(\xi, \eta, \zeta), v(\xi, \eta, \zeta), w(\xi, \eta, \zeta))$$

Die beiden Komponenten u und v beschreiben die ebenen Verzerrungen der Plattenmittelebene (Scheibenbeanspruchung) und w die zu ihr normalen Durchbiegungen (Plattenbeanspruchung). Infolge der Zweizähligkeit der η - Achse des Systems ξ, η, ζ gelten für diese Verschiebungen u, v und w die Symmetriebedingungen

$$\begin{aligned} \text{(a) } u(\xi, \eta, \zeta) &= -u(-\xi, \eta, \zeta) \\ \text{(b) } v(\xi, \eta, \zeta) &= +v(-\xi, \eta, \zeta) \\ \text{(c) } w(\xi, \eta, \zeta) &= -w(-\xi, \eta, \zeta) \end{aligned} \quad 32)$$

Die Durchbiegungen $w(\xi, \eta, \zeta)$ weisen im Vergleich zur Plattenstärke t sehr kleine absolute Beträge auf. Daher können die durch sie verursachten Verzerrungen der Plattenmittelebene vernachlässigt werden. Das bedeutet, dass der ebene Spannungszustand der ursprünglich ebenen Platte (Membranspannungszustand aus Scheibenwirkung) durch die seitlichen Auslenkungen $w(\xi, \eta, \zeta)$ nicht beeinflusst wird. Dies kommt aber einer Entkoppelung des gemischten Problems aus Platten- und Scheibenwirkung gleich! Somit können die Randbedingungen für die Membranbeanspruchung (Scheibe) und die Biegebeanspruchung¹⁾ am Rand \vec{BC} der Materiellen Subeinheit getrennt formuliert werden.

¹⁾ Es können aber für jeden Ort der Plattenberandung nur zwei Randbedingungen erfüllt werden.

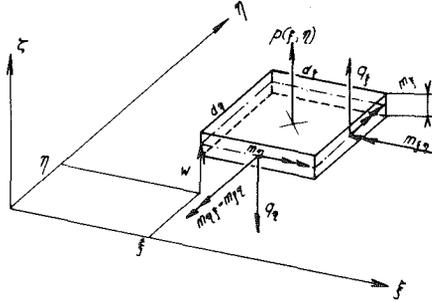


Bild Nr. 21 Element $d\xi \cdot d\eta \cdot t$ der Hexagonplatte der Stärke t

$$\text{Plattensteifigkeit : } D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)}$$

E: Elastizitätsmodul, ν : Querdehnungszahl

Bild Nr. 21 zeigt das Element $d\xi \cdot d\eta \cdot t$ der betrachteten Hexagonplatte, deren Mittelefläche infolge der Flächenbelastung $p(\xi, \eta)$ eine Durchbiegung $w(\xi, \eta)$ erleidet. Diese beiden Größen erfüllen die bekannte biharmonische Plattengleichung (12)

$$\Delta\Delta w = \frac{p}{D} \quad (33)$$

sowie die Randbedingungen.

Da nur an den verschieblichen Rändern der betrachteten Platte Kräfte angreifen, betragen für alle ihre Punkte die Flächenbelastungen $p(\xi, \eta) = 0$. Die Plattengleichung vereinfacht sich damit zur homogenen biharmonischen Gleichung

$$\Delta\Delta w = 0 \quad (34).$$

Die am Plattenelement $d\xi \cdot d\eta \cdot t$ auf Bild Nr. 21 angreifenden und auf die Längeneinheit der Schnittfläche bezogenen Schnittkräfte betragen

$$m_\xi = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right), \quad (35).$$

$$m_{\eta} = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right),$$

$$m_{\xi, \eta} = -D(1 - \nu) \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta}$$

$$q_{\xi} = -D \frac{\partial}{\partial \xi} (\Delta W)$$

$$q_{\eta} = -D \frac{\partial}{\partial \eta} (\Delta W)$$

Aus Gleichung Nr. 32 c kann für $\xi = 0$ auf das Verschwinden der zweiten partiellen Ableitung der Biegefläche $w(\xi, \eta, 0)$ nach der Variablen ξ geschlossen werden. Es gilt daher

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} w(0, \eta, 0) = 0 \quad 36).$$

Die Tatsache, dass bei der hier betrachteten äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$ die auf der η - Achse liegende Strecke \overline{BC} der Plattenmittelebene gerade bleibt, manifestiert sich mit der Aussage

$$\frac{\partial}{\partial \eta} w(0, \eta, 0) = 0 \quad 37).$$

Werden diese letzten beiden Bedingungen in die Gleichungen Nr. 33 eingesetzt, so ergeben sich die auf die Einheitslänge der Schnittfläche $\xi = 0$ der Trapezplatte \overline{BCGF} wirkenden Schnittmomente (Biegemomente und Drillungsmomente) zu

$$m_{\xi}(0, \eta) = m_{\eta}(0, \eta) = 0,$$

$$m_{\xi\eta}(0, \eta) \neq 0 \quad \text{und}$$

die Scherkräfte

zu $q_{\xi}(0, \eta) \neq 0$ sowie $q_{\eta}(0, \eta) = 0$;

d.h. infolge Biegung greifen am Schnitt $\xi = 0$ der Platte nur auf die Längeneinheit der Schnittfläche bezogene Scherkräfte q_{ξ} und Drillungsmomente $m_{\xi\eta}$ an.

Weiter oben wurde nachgewiesen, dass die Mittelebene der betrachteten Hexagonplatte (siehe Bild Nr. 19) infolge der äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$ des Modellschaumglases nicht nur Durchbiegungen $w(\xi, \eta)$ sondern auch ebene Verzerrungen ($u(\xi, \eta), v(\xi, \eta)$) erleidet.

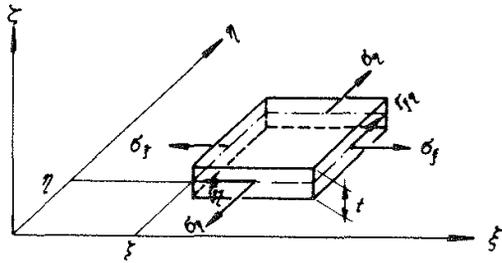


Bild Nr. 22

Bild Nr. 22 zeigt ein Element $d\xi \cdot d\eta \cdot t$ der betrachteten Hexagonplatte mit den an ihm angreifenden Membranspannungen σ_ξ, σ_η und $\tau_{\xi\eta} = \tau_{\eta\xi}$.

Diese Spannungen müssen die Gleichgewichtsbedingungen

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \frac{\partial \sigma_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{\xi\eta}}{\partial \eta} = 0 \\ \text{(b)} \quad & \frac{\partial \tau_{\xi\eta}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_\eta}{\partial \eta} = 0 \end{aligned} \tag{38}$$

des ebenen Spannungszustandes erfüllen. Sie können mit der Funktion $F(\xi, \eta)$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_\xi &= \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} \\ \sigma_\eta &= \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \\ \tau_{\xi\eta} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} \end{aligned} \tag{39}$$

$F(\xi, \eta)$, die als sogenannte Airy'sche Spannungsfunktion benannt wird, hat die Scheibengleichung

$$\Delta \Delta F = 0 \tag{40}$$

und sämtliche Randbedingungen des Problems zu erfüllen.
Die Scheibengleichung gilt für jeden isotropen Werkstoff der dem Hooke'schen

Gesetz gehorcht. In ihr sind die Gleichgewichtsbedingungen (Gleichungen Nr. 38), geometrischen Bedingungen und Spannungsdehnungsgleichungen in einer einzigen Differentialgleichung zusammengefasst.

Infolge den Symmetriebedingungen Nr. 32a und Nr. 32b verschwinden auf der Diagonalen \overline{BC} der "Plattenmittelebene" auch die Winkeländerungen

$$\gamma_{\xi\eta} = \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} \quad 41)$$

zwischen den Linienelementen $d\xi$ und $d\eta$; d.h. es gilt $\gamma_{\xi\eta} = 0$.

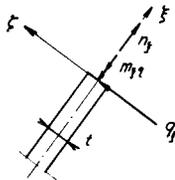
Für die Platte aus idealelastischem Grundmaterial besteht die bekannte Relation

$$\tau_{\xi\eta} = G \cdot \gamma_{\xi\eta} \quad 42)$$

zwischen den Schubspannungen $\tau_{\xi\eta}$ und den Winkeländerungen $\gamma_{\xi\eta}$ mit $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$. Folglich betragen für alle Punkte der Schnittfläche $\xi = 0$ die Schubspannungen $\tau_{\xi\eta}(0, \eta) = 0$.

Durch Einsetzen in die Gleichgewichtsbedingung Nr. 38a kann somit bewiesen werden, dass auf allen Punkten der Schnittfläche $\xi = 0$ nur die Hauptnormalspannungen $\sigma_{\xi}(0, \eta) = f(\eta)$ und $\sigma_{\eta}(0, \eta) = \text{konstant}$ auftreten können.

A priori kann festgestellt werden, dass auf der Längeneinheit des Randes \overline{BC} der Materiellen Subeinheit variable Normalkräfte $n_{\xi} = \sigma_{\xi}(0, \eta, \zeta) \cdot t$, variable Scherkräfte $q_{\xi} = q_{\xi}(0, \eta)$ und variable Drillungsmomente $m_{\xi\eta} = m_{\xi\eta}(0, \eta)$ angreifen!



Somit kann die Strecke \overline{BC} als eine geradebleibende Gelenklinie betrachtet werden!

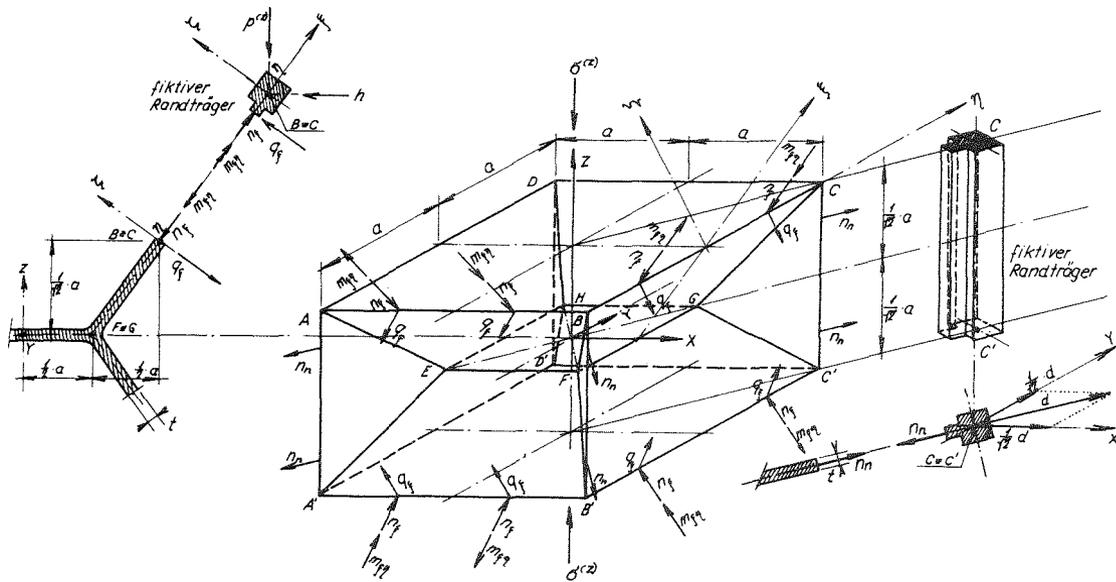


Bild Nr. 24 Die auf die Materielle Subeinheit des Modellschaumglases "TOP" wirkenden Schnittkräfte unter der äusseren Belastung $\sigma^{(2)}$

Die obigen Symmetrieeigenschaften der betrachteten Quadratplatte gehen beim Aufbringen der Belastung $\sigma^{(z)}$ des Modellschaumglases nicht verloren. Aus diesem Grunde bleibt ihre durch das Dreieck $CC'G$ bestimmte Mittelfläche als Teil der obigen Symmetrieebene eben. Sie erleidet nur eine Starrkörpertranslation $\vec{t} = (t_x, t_y = t_x, 0)$ ¹⁾ und zu ihrer Mittelebene symmetrische Verformungen.

Da die Diagonale $\overline{CC'}$ der Mittelfläche der betrachteten Quadratplatte (Scheibe) auf einer zweizähligen Drehachse liegt, kann analog wie beim Rand \overline{BC} der Materiellen Subeinheit (Rand der Hexagonplatte) nachgewiesen werden, dass an ihm nur auf die Längeneinheit bezogene variable Normalkräfte $n_n = n_n(z)$ mit Wirkungslinien in Plattenmittelebene angreifen können.

Die z - Achse der Subeinheit bleibt vor, während und nach Belastung mit $\sigma^{(z)}$ eine vierzählige Drehachse des Modellschaumglases "TOP". Daher kann gefolgert werden, dass an allen vertikalen Rändern der Materiellen Subeinheit unter der äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$ nur variable Normalkräfte $n_n(z)$ mit rechtwinklig zur z - Achse stehenden Wirkungslinien angreifen können.

Bild Nr. 24 zeigt eine Materielle Subeinheit des Modellschaumglases "TOP" unter der äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$. Ebenfalls wurden dort, die auf die Längeneinheit ihrer Ränder wirkenden Schnittkräfte $n_\xi, q_\xi, m_{\xi\eta}$ und n_n eingetragen.

Wir versehen alle Ränder dieser Materiellen Subeinheit mit fiktiven Trägern, die keine zusätzlichen Zwängungen verursachen dürfen (siehe Bild Nr. 24)! Ein solcher Träger ist biegestarr ($EJ_\xi = EJ_\zeta = \infty$), torsionsweich ($GJ_p = 0$) und zugweich ($EF = 0$). Infolge diesen besonderen elastischen Eigenschaften der Randträger können die Beanspruchungen $m_{\xi\eta}, q_\xi, n_\xi$ und n_n am Rand der unverstärkten Materiellen Subeinheit durch die an der verstärkten Materiellen Subeinheit angreifenden konstanten Linienlasten $p^{(z)}$, h und $\frac{d}{\sqrt{2}}$ ersetzt werden (siehe Bild Nr. 24a). Dabei werden die geometrischen Randbedingungen nach den Gleichungen Nr. 32 eingehalten.

¹⁾ Die Wirkungslinie des Vektors \vec{t} fällt mit der durch die Punkte O und S definierten Geraden zusammen.

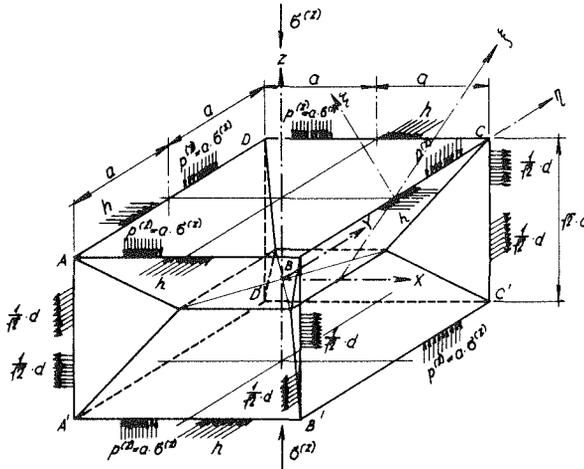


Bild Nr. 24a Die mit den Linienlasten $p^{(z)}$ aus der äusseren Belastung $\sigma^{(z)}$ beanspruchte Materielle Subeinheit des Modellschaumglases "TOP"

Auf Bild Nr. 24a wurden sämtliche an den Rändern der verstärkten Materiellen Subeinheit in Richtung der Koordinatenachsen x, y, z angreifende Linienlasten eingetragen!

Da das Schaumglas nur durch die äussere Flächenlast $\sigma^{(z)}$ beanspruchte wird, müssen die Summen aller in den Schnitten $x = \pm a$ angreifenden Kräfte X_i verschwinden ($\sum X_i = 0$). Das Analoge gilt auch für die Schnitte $y = \pm a$. Dann beträgt

$$h = \frac{1}{2} d \quad 43)^1)$$

In den Ebenen $x = \pm a$ und $y = \pm a$ der verstärkten Materiellen Subeinheit bilden die fiktiven Randträger biegestarre Rahmen. Daher kann gefolgert werden, dass der Wert $h = \frac{1}{2} d$ keinen Einfluss auf das Beanspruchungsbild

1) Es gilt: $d = \frac{\sqrt{2}}{a} \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2}}} n_n(z) \cdot dz$

der so "verstärkten" Materiellen Subeinheit ausübt. Er kann somit für die weiteren Betrachtungen Null gesetzt werden. Es verbleiben dann nur noch die auf die Ränder der verstärkten Materiellen Subeinheit (siehe auch Bild Nr. 18) wirkenden vertikalen Linienlasten

$$p^{(z)} = a \cdot \sigma^{(z)} \quad 44)$$

Gemäss der Hypothese in Abschnitt 1.3.1 dieses Kapitels kann $\sigma^{(z)}$ dann der Druckfestigkeit $\sigma_{dB}^{(z)}$ oder Zugfestigkeit $\sigma_B^{(z)}$ in Richtung z des Raumes gleichgesetzt werden, wenn die maximale Hauptzugspannung an irgend einer Stelle der inneren Oberflächen der Polyederzellen des Modellschaumglases "TOP" die Bruchfestigkeit $\sigma_B(n^*)$ der als Kontinuum aufgefassten Kugelschaumglasplatten der Zellwandungen erreicht.

Da Glas und somit die aus diesem Grundmaterial aufgebauten Kugelschaumglasfolien des Polyederschaumglases ein sprödes Bruchverhalten aufweisen (siehe Abschnitt 1.1) und somit kein Abbau örtlicher Spannungsspitzen infolge Plastifizierung des Grundmaterials wie bei duktilen Stoffen stattfinden kann, sollen die Spannungszustände auf den Oberflächen der Zellwandfolien (siehe Hypothese in Abschnitt 1.3.1) zur Ermittlung der Festigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ beziehungsweise $\sigma_B^{(z)}$ möglichst genau bekannt sein.

Aus diesem Grunde wurde für die erforderliche Spannungsanalyse die verstärkte Materielle Subeinheit des Modellschaumglases unter Benutzung verschiedener Symmetrieebenen auf ein Sechzehntel, wie auf Bild Nr. 25 dargestellt, beschränkt. Die so reduzierte Materielle Subeinheit wurde anschliessend für die Beanspruchung $\sigma^{(z)}$ in 340 finite Elemente eingeteilt.

Da gemäss Gleichung Nr. 28 in Abschnitt Nr. 1.3.2.1 die Dichte ρ des Modellschaumglases "TOP" neben der Dichte ρ_{Glas} seines Glasgrundmaterials nur vom Verhältnis $\frac{t}{a}$ und vom Porenanteil n^* der Kugelschaumglasfolien alleine abhängt, wurde für die Bestimmung der Bruchfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ und $\sigma_B^{(z)}$ bei nullgesetztem Porenanteil n^* jeweils nur das Verhältnis $\frac{t}{a}$ variiert (d.h. eigentlich nur die Dichte ρ). Die entsprechenden Werte $\sigma_{dB}^{(z)}$ und $\sigma_B^{(z)}$ für andere Werte $n^* \neq 0$ konnten infolge der Oberflächenhypothese proportional umgerechnet werden. Die Zugfestigkeiten der als Kontinuum betrachteten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas wurden dabei gemäss Abschnitt Nr. 1.3.1 zu

$$\sigma_B(n^*) = \frac{1}{2} \sigma_B^{GM}(n^* = 0)(1 - n^*) = 45(1 - n^*) \quad 45)$$

angenommen.

In der Tabelle auf Seite 52 wurden die auf diese Weise ermittelten Ergebnisse für die Festigkeitswerte $\sigma_{dB}^{(z)}(n^*, \rho)$ und $\bar{\sigma}_B^{(z)}(n^*, \rho)$ zusammengestellt und in Bildern Nr. 26 und Nr. 27 graphisch dargestellt.

Besitzt die Zugfestigkeit $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ des Glasgrundmaterials der Zellwandfolien nicht den hier für die Berechnung der Tabellenwerte und dem Aufzeichnen der Schaubilder für die Druckfestigkeiten und Zugfestigkeiten in Richtung z des Raumes angenommenen Wert von 90 N/mm^2 , sondern irgend einen anderen Wert $\bar{\sigma}_B^{GM}(n^* = 0)$, so müssen die entsprechenden Tabellenwerte und die Ordinaten in den dazugehörenden Diagrammen nur mit dem Korrekturfaktor $\frac{\bar{\sigma}_B^{GM}(n^*=0)}{90}$ multipliziert werden.

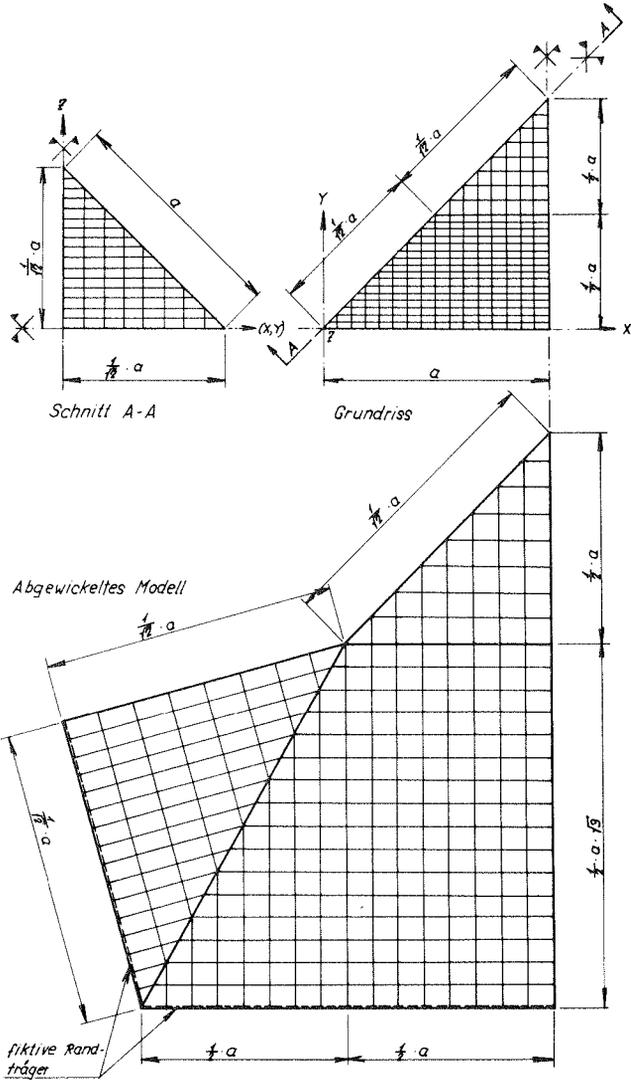


Bild Nr. 25 Aufteilung der durch Ausnutzung der Symmetrie reduzierten verstärkten Materiellen Subeinheit des Modellschaumglases "TOP" in 340 finite Elemente.

n^*	%	0.00			0.20			0.40		
		0.05	0.10	0.20	0.05	0.10	0.20	0.05	0.10	0.20
$\frac{1}{10}$	-									
$n = 1.0 - 1.1937 \frac{1}{2} - 0.2550 \left(\frac{1}{2}\right)^2$	%	94.01	81.90	45.76	94.01	81.90	75.76	94.01	94.01	81.90
$n = n^* + \gamma_n (1-n^*)$	%	94.01	81.90	75.76	95.71	90.32	80.81	96.41	96.41	80.81
$\sigma_y^2(n) = 4.5(1-n^*)$	$\frac{1}{1000}$	45.00	45.00	45.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00	36.00
$E(n) = 72.594 - 2.357n$	$\frac{1}{1000}$	72.594	72.594	72.594	32.946	32.946	32.946	14.953	14.953	14.953
$S = 2.49(1-n)$	$\frac{1}{1000}$	0.148	0.300	0.619	0.119	0.240	0.490	0.089	0.180	0.367
$\sigma_{y_1}^{(1)}$	$\frac{1}{1000}$	1.412	2.533	4.946	1.130	2.074	3.957	0.847	1.556	2.928
$\sigma_y^{(2)}$	$\frac{1}{1000}$	0.861	1.777	3.606	0.689	1.422	2.885	0.517	1.066	2.164
$\sigma_{y_2}^{(2)} = \sigma_y^{(2)}$	$\frac{1}{1000}$	0.782	1.511	3.114	0.626	1.203	2.731	0.463	0.907	2.048
$\sigma_y^{(3)} = \sigma_y^{(2)}$	$\frac{1}{1000}$	0.509	1.201	3.216	0.407	0.967	2.573	0.305	0.787	1.990
$\sigma_y^{(4)}$	$\frac{1}{1000}$	0.417	0.954	2.922	0.334	0.783	1.858	0.250	0.572	1.333
$\sigma_y^{(5)}$	$\frac{1}{1000}$	0.448	0.996	2.197	0.358	0.743	1.710	0.263	0.569	1.282
C_1	$\frac{1}{1000}$	1.975	3.967	8.033	0.96	1.800	3.646	4.07	8.17	16.55
C_2	$\frac{1}{1000}$	8.21	16.31	32.08	3.73	7.40	14.56	16.9	33.6	66.7
C_3	$\frac{1}{1000}$	6.41	13.31	28.62	2.91	6.04	12.33	13.2	27.4	53.0
E_1	$\frac{1}{1000}$	15.78	32.31	67.87	7.16	14.66	30.80	32.5	66.6	133.8
V_1	-	0.28	0.28	0.37	0.28	0.38	0.37	0.28	0.28	0.27

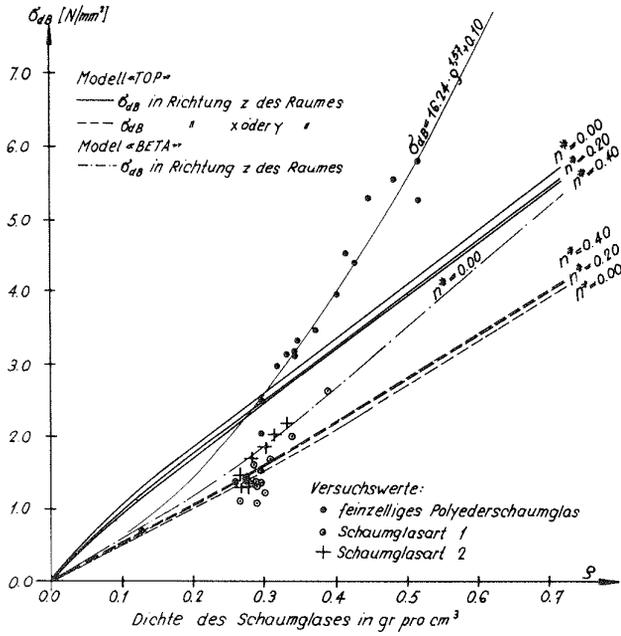


Bild Nr. 26 Die Druckfestigkeiten des Modellschaumglases "TOP"

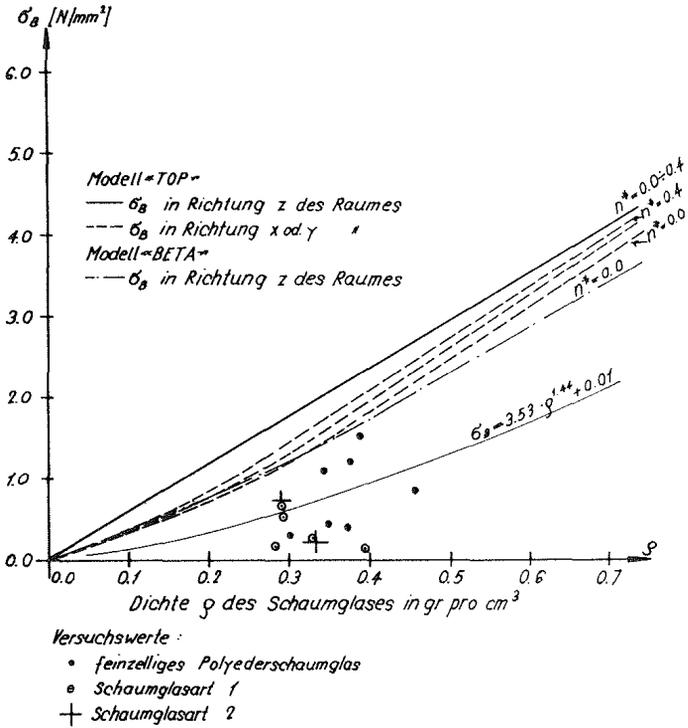


Bild Nr. 27 Die Zugfestigkeiten des Modellschaumglases "TOP"

1.3.2.2. Belastung des Modellschaumglases "TOP" in Richtung x- oder y des Raumes

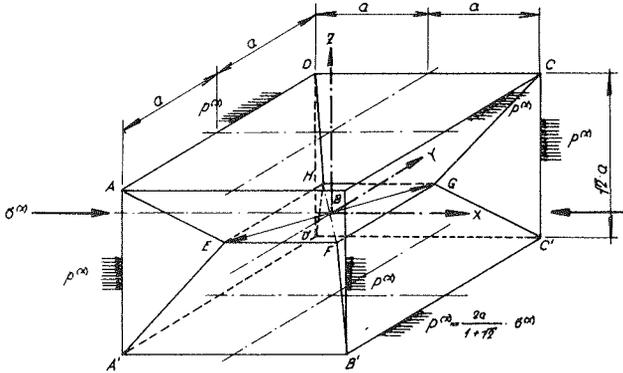


Bild Nr. 28 Die mit der Linienlast $p^{(x)}$ aus der äusseren Belastung $\sigma^{(x)}$ beanspruchte Subeinheit des Modellschaumglases "TOP"

Hier wird das Modellschaumglas "TOP" bezüglich dem in seinem Grund- und Aufriss in Bild Nr. 11 eingetragenen kartesischen Koordinatensystem xyz in Richtung x des Raumes mit der in y - und z - Richtung unbegrenzten Flächenlast $\sigma^{(x)}$ beansprucht. Bei dieser Belastungsart liegen alle Kanten der in Bild Nr. 28 dargestellten Subeinheit vor, während und nach der Belastung auf zweizähligen Drehachsen. Dies ist - analog zu den Ausführungen im vorhergehenden Abschnitt - gleichwertig mit der Betrachtung aller Randlinien unserer Subeinheit als Teil einer Gelenkgeraden. Daher können auch hier alle Ränder der Materiellen Subeinheit mit den gleichen fiktiven Trägern verstärkt werden wie beim Belastungsfall $\sigma^{(z)}$. Für die Ermittlung der Spannungen in der "verstärkten" Materiellen Subeinheit brauchen dann nur die an ihren Kanten angreifenden horizontalen konstanten

Linienlasten

$$p^{(x)} = \frac{2 \cdot a}{1 + \sqrt{2}} \cdot \sigma^{(x)} \quad (46)$$

berücksichtigt zu werden (siehe Bild Nr. 28).

Gemäss der Hypothese in Abschnitt Nr. 1.3.1 dieses Kapitels kann $\sigma^{(x)}$ dann der Druckfestigkeit $\sigma_{dB}^{(x)}$ oder Zugfestigkeit $\sigma_B^{(x)}$ in Richtung x des Raumes gleichgesetzt werden, wenn die maximalen Hauptzugspannungen an irgend einer Stelle der inneren Oberflächen der Polyederzellen des Modellschaumglases "TOP" die Bruchfestigkeit $\sigma_B(n^*)$ der als Kontinuum aufgefassten Platten der Zellwandungen erreicht.

Da aus Symmetriegründen die Richtungen x und y des Raumes gleichwertig sind, gilt das oben gesagte auch für eine seitlich unbegrenzte Flächenlast $\sigma^{(y)}$ in Richtung y des Raumes. Dies bedeutet die Gleichheiten

$$\sigma_{dB}^{(y)} = \sigma_{dB}^{(x)} \quad \text{für} \quad \text{die Druckfestigkeiten}$$

beziehungsweise

$$\sigma_B^{(y)} = \sigma_B^{(x)} \quad \text{für die Zugfestigkeiten}$$

des Modellschaumglases "TOP".

Da Glas und somit die aus diesem Grundmaterial aufgebauten Kugelschaumglasfolien des Polyederschaumglases ein sprödes Bruchverhalten aufweisen (siehe Abschnitt Nr. 1.1), müssen die Spannungszustände auf den Oberflächen der Zellwandfolien zur Ermittlung der Festigkeiten $\sigma_{dB}^{(x)}$ beziehungsweise $\sigma_B^{(x)}$ genau bekannt sein.

Aus diesem Grunde wurde für die dazu erforderliche Spannungsanalyse die verstärkte Materielle Subeinheit unter Ausnutzung verschiedener Symmetrieebenen auf ein Achtel, wie auf Bild Nr. 29 dargestellt, beschränkt. Die so reduzierte Subeinheit wurde anschliessend für die Beanspruchung $\sigma^{(x)}$ in 584 finite Elemente eingeteilt.

Da gemäss Gleichung Nr. 28 in Abschnitt Nr. 1.3.2.1 die Dichte ρ des Modellschaumglases "TOP" neben der Dichte ρ_{Glas} seines Grundmaterials nur vom Verhältnis $\frac{t}{a}$ und vom Porenanteil n^* der Kugelschaumglasfolien alleine abhängt, wurde für die Bestimmung von $\sigma_{dB}^{(y)} = \sigma_{dB}^{(x)}$ und $\sigma_B^{(y)} = \sigma_B^{(x)}$ bei nullgesetztem Porenanteil n^* jeweils nur das Verhältnis $\frac{t}{a}$

variiert, d.h. eigentlich nur die Dichte ρ .

Die entsprechenden Festigkeiten $\sigma_{dB}^{(y)} = \sigma_{dB}^{(x)}$ und $\sigma_B^{(y)} = \sigma_B^{(x)}$ für andere Werte $n^* \neq 0$ konnten infolge der Oberflächenhypothese proportional umgerechnet werden.

Die Zugfestigkeiten der als Kontinuum betrachteten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas wurden dabei gemäss Abschnitt Nr. 1.3.1 zu

$$\sigma_B(n^*) = \frac{1}{2} \sigma_B^{GM}(n^* = 0)(1 - n^*) = 45(1 - n^*) \quad 47)$$

angenommen.

In der Tabelle auf Seite 52 wurden die auf diese Weise ermittelten Ergebnisse für die Festigkeitswerte $\sigma_{dB}^{(y)} = \sigma_{dB}^{(x)}$ und $\sigma_B^{(y)} = \sigma_B^{(x)}$ zusammengestellt und in den Bildern Nr. 26 und Nr. 27 graphisch dargestellt.

Besitzt die Zugfestigkeit $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ des Glasgrundmaterials der Zellwandfolien nicht den hier für die Berechnung der Tabellenwerte und dem Aufzeichnen der Schaubilder für die Druckfestigkeiten und Zugfestigkeiten in Richtung y oder x des Raumes angenommenen Wert von 90 N/mm^2 , sondern irgend einen anderen Wert $\bar{\sigma}_B^{GM}(n^* = 0)$, so müssen die entsprechenden Tabellenwerte und die Ordinaten in den dazugehörigen Diagrammen nur mit dem Korrekturfaktor $\frac{\bar{\sigma}_B^{GM}(n^* = 0)}{90}$ multipliziert werden.

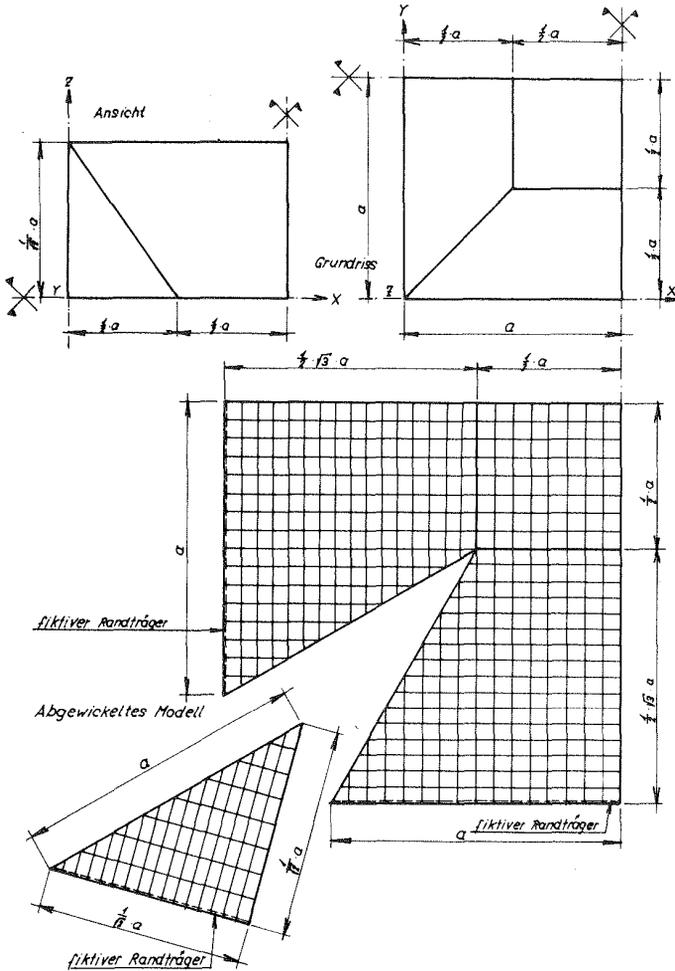


Bild Nr. 29 Aufteilung der durch Ausnutzung der Symmetrie reduzierten verstärkten Materiellen Subeinheit des Modellschaumglases "TOP", in 584 finite Elemente

1.3.2.2.3. Die Ermittlung der Schubfestigkeit des Modellschaumglases "TOP"

Für jede beliebige Schnittebene E_1 durch das allseitig unbegrenzte Modellschaumglas "TOP" kann eine äussere Belastungskonfiguration gefunden werden, die in ihr eine reine Schubbeanspruchung τ_1 verursacht, nach der Oberflächenhypothese in Abschnitt Nr. 1.3.1 dieses Kapitels kann τ_1 dann der Schubfestigkeit τ_{B1} gleichgesetzt werden, wenn die maximale Hauptzugspannung an irgend einer Stelle der inneren Oberflächen der Polyederzellen des Modellschaumglases die Zugfestigkeit $\sigma_B(n^*)$ der als Kontinuum aufgefassten Kugelschaumglasplatten der Zellwänden erreicht. Da unbegrenzt viele Lagen der Schnittebenen durch das Modellschaumglas "TOP" existieren, sollte eigentlich nach dem kleinstmöglichen Wert τ_{B1} gefragt werden. Dieser müsste dann als Schubfestigkeit des Modellschaumglases definiert werden!

Hier soll nur eine Grobschätzung der Schubfestigkeiten erfolgen! Deshalb beschränken wir uns auf die zweiachsigen äusseren Beanspruchungen $\sigma^{(x)}$ und $\sigma^{(z)} = -\sigma^{(x)}$. Diese können als Hauptspannungen aufgefasst werden und wurden - wie Bild Nr. 30 zeigt - auf die x - und z - Achse der Subeinheit des Modellschaumglases bezogen.

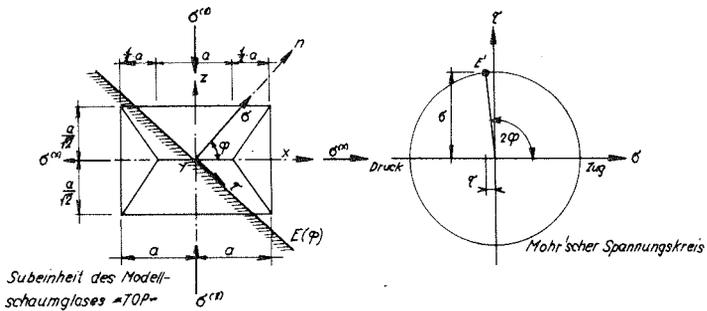


Bild Nr. 30

Die Ebene $E(\varphi)$, deren in der (x, z) - Ebene liegende Normale n mit der x - Achse den Winkel φ einschliesst, wird durch die Normalspannungen σ und die Schubspannungen τ beansprucht. Die Beträge dieser Spannungen können am dazugehörigen Mohr'schen Spannungskreis als Koordinaten

des Punktes E' abgelesen werden. Der Spannungskreis auf Bild Nr. 30 zeigt, dass die Lagen der Ebenen reinen Schubes durch die auf die x - Achse der Subeinheit bezogenen Normalenwinkel $\varphi = 45^\circ$ respektive $\varphi = 135^\circ$ festgelegt sind. Auf diese Weise wurden die normal aufeinanderstehenden Ebenen reinen Schubes $E(\varphi = 45^\circ)$ und $E(\varphi = 135^\circ)$ gefunden. Die auf diese beiden Ebenen bezogenen Schubfestigkeiten weisen den gleichen Betrag $\tau_B^{(1)}$ auf.

Werden die Komponenten $\sigma^{(z)}$ und $\sigma^{(x)} = -\sigma^{(z)}$ der bereits behandelten äusseren Beanspruchungen durch ihre entgegengesetzt gleichen Werte $-\sigma^{(x)}$ und $-\sigma^{(z)}$ ersetzt, so erhält man in Bezug auf die normalspannungsfreien Ebenen $E(\varphi = 45^\circ)$ und $E(\varphi = 135^\circ)$ eine vom früheren Wert $\tau_B^{(1)}$ verschiedene Bruchfestigkeit $\tau_B^{(2)}$.

Die für die Ermittlungen der Schubfestigkeiten $\tau_B^{(1)}$ und $\tau_B^{(2)}$ notwendigen Spannungsanalysen wurden am, auf Bild Nr. 29 dargestellten, "Achtel der verstärkten Materiellen Subeinheit" durchgeführt. Dabei wurde auch die gleiche Einteilung in 584 finite Elemente benutzt.

Da gemäss Gleichung Nr. 28 in Abschnitt Nr. 1.3.2.1. die Dichte ρ des Modellschaumglases "TOP" neben der Dichte ρ_{Glas} seines Grundmaterials nur vom Verhältnis $\frac{t}{a}$ und vom Porenanteil n^* der Kugelschaumglasfolien alleine abhängt, wurde für die Bestimmung von $\tau_B^{(1)}$ und $\tau_B^{(2)}$ bei nullgesetztem Porenanteil n^* jeweils nur das Verhältnis $\frac{t}{a}$ variiert; d.h. eigentlich nur die Dichte ρ . Die entsprechenden Festigkeiten $\tau_B^{(1)}$ und $\tau_B^{(2)}$ für andere Werte $n^* \neq 0$ konnten infolge der Oberflächenhypothese proportional umgerechnet werden. Die Zugfestigkeiten der als Kontinuum betrachteten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas wurden dabei gemäss Abschnitt 1.3.1 zu

$$\sigma_B(n^*) = \frac{1}{2} \sigma_B^{GM}(n^* = 0) \cdot (1 - n^*) = 45(1 - n^*) \quad 48)$$

angenommen.

In der Tabelle auf Seite 52 wurden die auf diese Weise ermittelten Schubfestigkeiten $\tau_B^{(1)}$ und $\tau_B^{(2)}$ zusammengestellt und auf Bild Nr. 31 graphisch dargestellt.

Besitzt die Zugfestigkeit $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ des Glasgrundmaterials der Zellwandfolien nicht den hier für die Berechnung der Tabellenwerte und das Aufzeichnen der Schaubilder für die Schubfestigkeiten $\tau_B^{(1)}$ und $\tau_B^{(2)}$ angenommenen Wert von 90 N/mm^2 , sondern irgend einen anderen Wert $\bar{\sigma}_B^{GM}(n^* = 0)$, so müssen die entsprechenden Tabellenwerte und die Ordinaten in den dazugehörigen Diagrammen nur mit dem Korrekturfaktor $\frac{\bar{\sigma}_B^{GM}(n^* = 0)}{90.0}$ multipliziert werden.

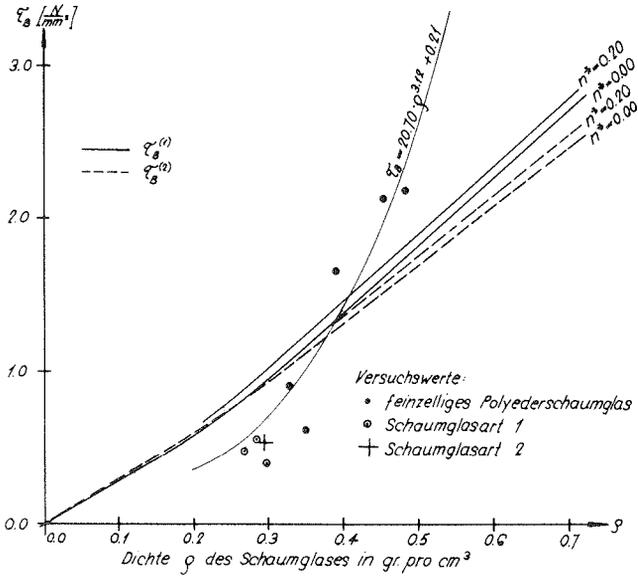


Bild Nr. 31 Die Schubfestigkeiten des Modellschaumglases "TOP"

1.3.2.2.4. Die elastischen Eigenschaften des Modellschaumglases "TOP"

Die Mittelflächen der Zellwandfolien des Modellschaumglases "TOP" bestehen aus den Oberflächen seiner periodisch angeordneten Elementarpolyeder. Da das integrale elastische Verhalten des Modellschaumglases "TOP" nur durch das Verhalten der einzelnen miteinander verträglichen kongruenten Materiellen Grundpolyeder bestimmt ist, können diese Materiellen Elementarpolyeder - unabhängig von ihrem inneren Aufbau - analog wie Einkristalle in der Kristallphysik behandelt werden.

Auf Grund der Symmetriebetrachtungen in Abschnitt Nr. 1.3.2.1. kann im Modellschaumglas "TOP" in parallelen Richtungen gleiches mechanisches Verhalten erwartet werden. Aus diesem Grunde kann das Modellschaumglas "TOP" als homogener anisotroper Körper bezeichnet werden. Solche kommen in der Natur als Kristalle vor.

Wie kann von den Symmetrieeigenschaften des Modellpolyederschaumglases "TOP" auf sein elastisches Verhalten geschlossen werden?

Eine Antwort auf diese Frage gibt das Prinzip von Neumann (13), das eigentlich nur für Kristalle aufgestellt wurde.

Es lautet: "Die Symmetrieelemente irgend einer physikalischen Eigenschaft eines Kristalles müssen die Symmetrieelemente der Punktgruppe (= Kristallklasse) des Kristalls enthalten."

Falls die Beziehung zwischen zwei physikalischen Eigenschaften eines Körpers in Richtung einer festen Achse nach Ausführung einer bestimmten Symmetrieeoperation unverändert bleibt, so sagt man, die betreffende Grösse besitze dieses Symmetrieelement.

Beim Modellschaumglas "TOP" enthalten die Symmetrieelemente der elastischen Eigenschaften die Symmetrieelemente der Punktgruppe $m\bar{3}m$ des kubischen Kristallsystems.

Bezogen auf das rechtshändige kartesische Koordinatensystem (x_1, x_2, x_3) auf Bild Nr. 13 lautet in Matrixschreibweise der Zusammenhang zwischen dem als Vektor geschriebenen Spannungstensor $\vec{\sigma} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6)$ und dem als Vektor aufgefassten Verzerrungstensor $\vec{\epsilon} = (\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5, \epsilon_6)$

$$\vec{\sigma} = [c_{ij}] \cdot \vec{\epsilon} \quad 49).$$

Dabei lautet die Matrix der Elastizitätsmoduln c_{ij} unter Berücksichtigung der Punktgruppe $m\bar{3}m$ (Kristallklasse) unseres Modellschaumglases "TOP"

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \quad 50).$$

Die Komponenten des Spannungsvektors $\vec{\sigma}$ beziehungsweise Verzerrungsvektors $\vec{\epsilon}$ werden durch folgende Gleichheiten umbenannt:

$$\vec{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad 51)$$

respektive

$$\vec{\epsilon} = \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \\ 2\epsilon_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad 52).$$

Die Komponenten σ_{ij} des Vektors $\vec{\sigma}$ wurden im Volumenelement des Bildes Nr. 32 eingetragen, dabei gilt bei Abwesenheit von Körperdrehmomenten aus Gleichgewichtsgründen

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (53).$$

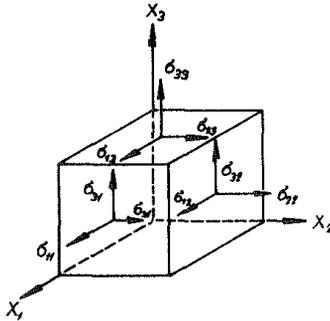


Bild Nr. 32 Volumenelement des als Kontinuum aufgefassten Modellschaumglases "TOP"

Die Verzerrungskomponenten ε_{ij} werden durch die Gleichungen

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2}(e_{ij} + e_{ji}) \quad (54)$$

und

$$e_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (55)$$

Bestimmt¹⁾.

¹⁾ e_{ij} bedeuten die beiden Komponenten eines Tensors $[e_{ij}]$ 2. Stufe, der folgendermassen in den symmetrischen Verzerrungstensor $[\varepsilon_{ij}]$ und in den antisymmetrischen Tensor $[\bar{\omega}_{ij}]$, der eine Starrkörperrotation bedeutet, zerlegt werden kann:

$$[e_{ij}] = [\varepsilon_{ij}] + [\bar{\omega}_{ij}]$$

e_{ij} bedeutet hier die Ableitung der Verschiebung $u_i = f(x_1, x_2, x_3)$ eines Punktes in Richtung x_i nach der Koordinate x_j .

Die Werte für die Elastizitätsmoduln c_{11} , c_{12} und c_{44} können - wie später ausgeführt - an der oben definierten Subeinheit mittels des Zusammenhanges nach Gleichung Nr. 49 numerisch für verschiedene Verhältnisse $\frac{t}{a}$ bei $n^* = 0$ bestimmt werden.

Wirkliche Schaumgläser verhalten sich in elastischer Hinsicht isotrop; d.h. sie besitzen einen Elastizitätsmodul E und eine Querdehnungszahl ν .

Wie kann man auf Grund der Elastizitätsmoduln c_{ij} des homogenen - anisotropen Modellschaumglases "TOP" auf die Elastizitätszahlen E und ν des quasiisotropen Polyederschaumglases schliessen?

Eine Antwort auf diese Frage gibt uns ein Verfahren, das Voigt 1928 vorschlug, um die Elastizitätsmoduln E und die Querdehnungszahlen eines polykristallinen Aggregates aus den Elastizitätsmoduln c_{ij} eines Einkristalles zu finden (14).

Er mittelte die Beziehung zwischen Spannung und gegebener Dehnung aus. Dabei wurde vorausgesetzt, dass der Dehnungszustand gleichförmig durch das Kristallaggregat verlaufe. A priori kann ein beliebiger Materieller Elementarpolyeder unseres Polyederschaumglases wie ein Einkristall behandelt werden.

Aus den Werten c_{11} , c_{12} und c_{44} des Modellschaumglases "TOP" erhalten wir mit

$$K_V = \frac{1}{3}(c_{11} + 2c_{12}) \quad 56)$$

und

$$G_V = \frac{1}{5}(c_{11} - c_{12} + 3c_{44}) \quad 57)$$

Für das quasi-isotrope Polyederschaumglas den Elastizitätsmodul zu

$$E = \frac{9K_V G_V}{3K_V + G_V} \quad 58)$$

und die Querdehnungszahl

$$\nu = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{3 \cdot G_V}{3K_V + G_V} \right] \quad (59).$$

Simultan zur Ermittlung der Bruchfestigkeiten in Richtung z beziehungsweise x oder y des Raumes konnten für verschiedene Belastungsanordnungen die Zusammenhänge zwischen Beanspruchung und Deformation des aus der Umrandung der Subeinheit gebildeten Quaders festgestellt werden und damit die Elastizitätsmoduln des Modellschaumglases "TOP" c_{11} , c_{12} und c_{44} für verschiedene Werte $\frac{1}{a}$ bei jeweils nullgesetztem Porenanteil n^* gewonnen werden. Für andere Werte des Porenanteils n^* konnten die dazugehörigen Werte c_{ij} proportional umgerechnet werden. Die Elastizitätsmoduln und die Querdehnungszahlen der als Kontinuum betrachteten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas wurden dabei gemäss Abschnitt Nr. 1.3.1 zu

$$E(n^*) = E(n^* = 0) \cdot e^{-3.95n^*} = 72'600 e^{-3.95n^*}$$

und

$$\nu(n^*) = \nu(n^* = 0) = 0.21$$

angenommen.

Diese Werte c_{11} , c_{12} und c_{44} des homogenen anisotropen Modellschaumglases "TOP" und die aus ihnen nach Voigt bestimmten Elastizitätsmoduln E und Querdehnungszahlen ν für das quasi-isotrope Polyederschaumglas wurden auch in der Tabelle auf Seite 52 eingetragen. Die Zusammenhänge zwischen der Dichte ρ des quasi-isotropen Polyederschaumglases und seinen Elastizitätsmoduln E und Querdehnungszahlen ν wurden in den Bildern Nr. 33 und Nr. 34 graphisch dargestellt.

Weist der Elastizitätsmodul $E(n^* = 0)$ des Glasgrundmaterials der Zellwandfolien nicht den hier für die Berechnung der Tabellenwerte c_{11} , c_{12} , c_{44} , E_V und ν_V und dem Aufzeichnen der Schaubilder für die Elastizitätsmoduln E_V und Querdehnungszahlen ν_V angenommenen Wert 72'600 N/mm², sondern irgend einen anderen Wert $\bar{E}(n^* = 0)$ auf, so müssen die entsprechenden Tabellenwerte und die dazugehörigen Diagramme nur mit dem Korrekturfaktor $\frac{E(n^*=0)}{72600}$ multipliziert werden.

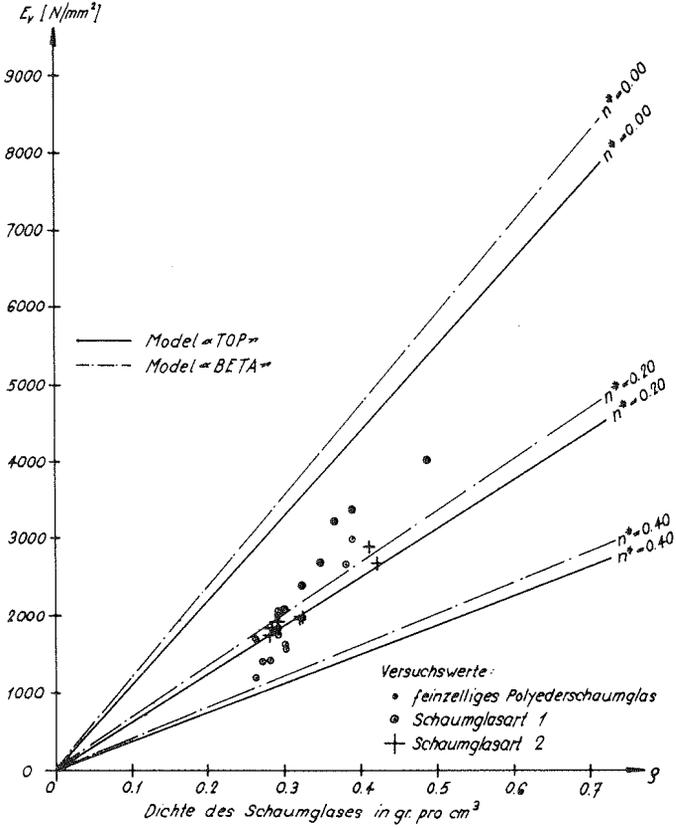


Bild Nr. 33. Der Elastizitätsmodul des Modellschaumglases "TOP"

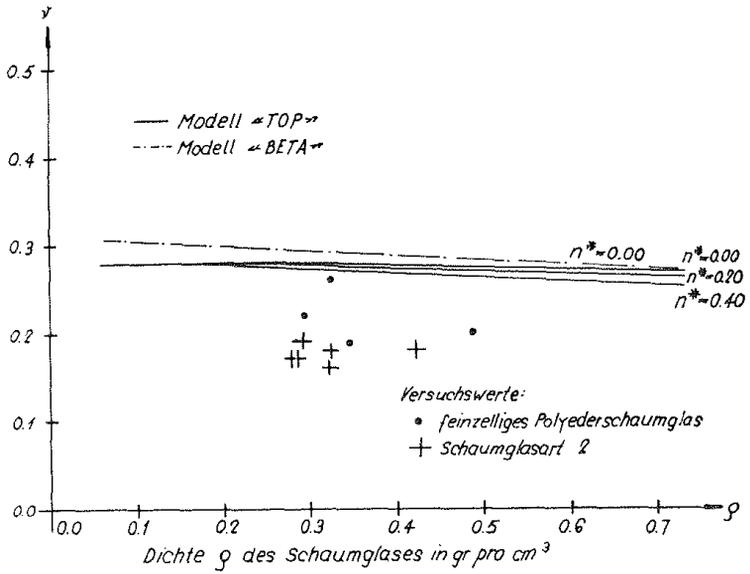


Bild Nr. 34. Die Querdehnungszahl des Modellschaumglases "TOP"

1.3.3 Das Modellschaumglas "BETA"

1.3.3.1. Vorstellung des Modells

In Abschnitt Nr. 1.4.2. des Kapitels A wurde ein Idealschaumglas erwähnt, dessen Zellwerk aus lauter kongruenten β -Tetraikaidekahedrons als Grundpolyeder gebildet wird! Die prozentuale Verteilung der vier-, fünf- und sechseckigen Teilflächen seines Zellwerkes entspricht ungefähr den Beobachtungen in der Natur.

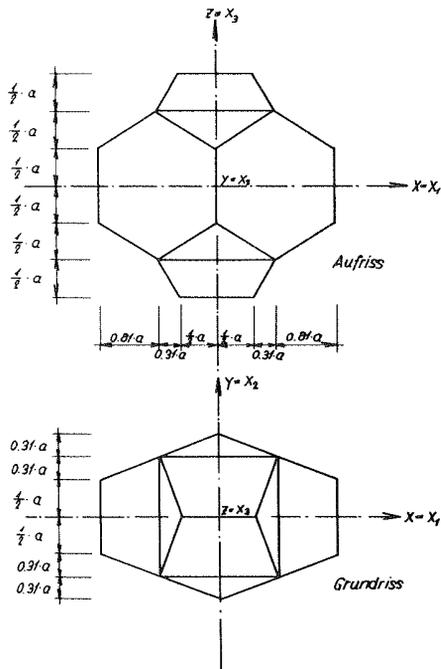


Bild Nr. 35. Grundpolyeder des Modellschaumglases "BETA"

Das β -Tetraikaidekahedron in Bild Nr. 5c kann so "deformiert" werden, dass alle krummlinigen "Kanten" gerade und sämtliche gekrümmten Flächen

(Minimalflächen) eben werden. Bild Nr. 35 zeigt das auf diese Weise gewonnene Polyeder. Es besitzt 22 Flächen, 24 Ecken und 44 Kanten und soll künftig als β - Flächner benannt werden.

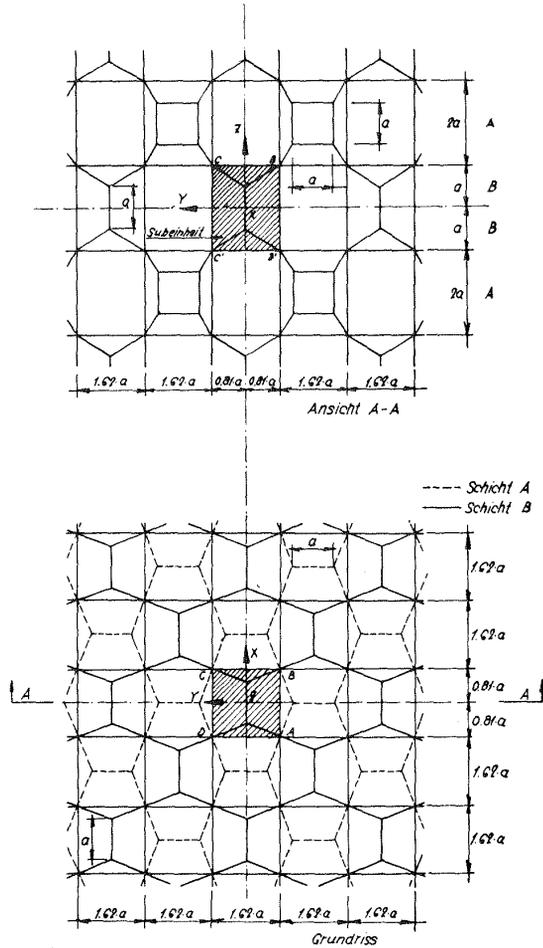


Bild Nr. 36.

Grund- und Aufriss des Modellschaumglases "BETA"

Seine Abmessungen wurden so gewählt, dass er als Elementarpolyeder das raumerfüllende Zellwerk eines Modellpolyederschaumglases aufbauen kann. Bild Nr. 36 zeigt im Grund- und Aufriss das so erhaltene Modellschaumglas "BETA". Der β - Flächner weist folgende Symmetrieelemente auf:

- 1) drei mit den Koordinatenachsen x, y und z zusammenfallende zweizählige Drehachsen;
- 2) die drei durch die Koordinaten x, y und z definierten Symmetrieebenen xy, xz und yz;
und
- 3) ein mit dem Schwerpunkt des Polyeders zusammenfallendes Symmetriezentrum.

Diese Symmetrieelemente bilden eine Punktgruppe (Kristallklasse), die mit den international bekannten Symbolen mmm oder $2/m\bar{m}2$ bezeichnet werden kann. Sie wird dem Orthorhombischen Kristallsystem zugeordnet und gilt natürlich auch für das Zellwerk des allseitig unbegrenzten Körpers aus Modellschaumglas "BETA".

Wie beim Modellschaumglas "TOP" werden auch hier die Plateauränder (siehe Bild Nr. 14) und die Tatsache, dass die Zellwandfolien aus Kugelschaumglas bestehen, berücksichtigt.

Die auf die Volumeneinheit bezogene Mittelfläche der Wandfolien des Modellpolyederschaumglases "BETA" beträgt

$$S_V = 1.2488 \frac{1}{a} \quad (60).$$

Dabei bedeutet a die Länge, die zur Beschreibung der Grundpolyeder des Zellwerkes, das die Mittelflächen der Zellwandfolien des Modellschaumglases bilden, verwendet wird. Unter Vernachlässigung der Plateauränder mit dem Radius r und der Durchdringung der ebenen Zellwandfolien der Stärke t im Bereiche ihrer gemeinsamen "Schnittlinien" erhält man algebraisch die Komponente des gesamten Porenanteils $n = 1 - \frac{\rho}{\rho_{\text{Glas}}}$ eines Körpers aus dem Modellschaumglas "BETA", die auf die von den Zellwandfolien aus Kugelschaumglas eingeschlossenen polyedrischen Zellblasen entfällt zu

$$n_z = n \cdot \omega = 1 - S_V \cdot t \quad (61).$$

Berücksichtigt man aber noch den Einfluss der kreiszylinderförmig angenommenen Plateauränder mit dem Kreiszyllerradius r (siehe Bild Nr. 14), so ergibt sich der Ausdruck

$$n_z = 1 - 1,2488 \frac{t}{a} - 0,2248 \left(\frac{t}{a}\right)^2 \quad (62).$$

Aus denselben Gründen wie beim Modellschaumglas "TOP" werden auch hier die Radien der kreiszylinderförmigen Plateauränder zu $r = 2t$ angenommen. Damit vereinfacht sich die Gleichung Nr. 62 zum Ausdruck

$$n_z = 1 - 0,2488 \frac{t}{a} - 0,8991 \left(\frac{t}{a}\right)^2 \quad (63).$$

Nach dieser Beziehung und des aus Gleichung Nr. 4 in Kapitel A folgenden Zusammenhanges

$$n = n^* + (1 - n^*) \cdot n_z \quad (64)$$

zwischen dem Porenanteil n des Polyederschaumglases und seinen Parametern n^* und n_z beträgt die Dichte des Modellschaumglases "BETA"

$$\rho = (1 - n) \cdot \rho_{\text{Glas}} = f\left(\frac{t}{a}, n^*\right) \quad (65).$$

1.3.3.2. Die Bruchfestigkeiten und die Elastizität des Modellschaumglases "BETA"

Wie Grund- und Aufriss auf Bild Nr. 36 zeigen, kann das aus den Mittelflächen der Zellwandfolien des Modellschaumglases "BETA" gebildete Zellwerk nicht nur durch seine kongruenten Elementarpolyeder (β - Flächner), sondern auch durch eine gesetzmässige Anordnung von lauter kongruenter Subeinheiten beschrieben werden.

Bild Nr. 37 zeigt eine solche Subeinheit!

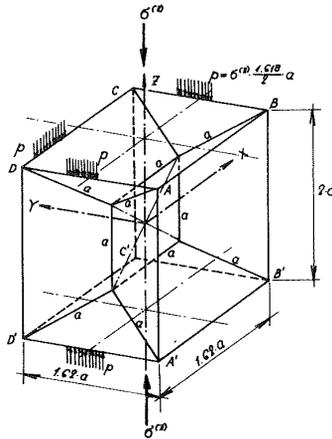


Bild Nr. 37. Subeinheit des Modellschaumglases "BETA"

Der Einfachheit halber soll der allseitig unbegrenzte Modellschaumglaskörper nur durch die in x - und y - Richtung unbegrenzte Flächenlast $\sigma^{(z)}$ beansprucht werden (siehe Bild Nr. 37)!

Jede aus dem Zellwerk des Modellschaumglases "BETA" gebildete Subeinheit erfährt bei $\sigma^{(z)}$ als Ganzes eine Starrkörperverschiebung und Formänderungen. Da alle Subeinheiten gleichberechtigt sind, kann jedes mit einer solchen Subeinheit verbundene Koordinatensystem x, y, z als ruhend betrachtet werden. Dann können die obigen Formänderungen als Relativverschiebungen gegenüber dem System x, y, z gedeutet werden.

Ein Beobachter kann feststellen (siehe Bild Nr. 36), dass vor, während und nach Belastung mit $\sigma^{(z)}$

- 1) die vertikalen Ränder (z.B. $\overline{BB'}$) der Subeinheiten auf zweizähligen Drehachsen liegen und
- 2) ihre Eckpunkte A, B, C, D beziehungsweise A', B', C', D' je ein Quadrat definieren.

Diese beiden Fakten zeigen auch, wie jeder vertikale Rand der Subeinheit bei der Belastung $\sigma^{(z)}$ gerade bleibt und sich nur in der durch seine ursprüngliche Lage und dem Ursprung des mit der Subeinheit verbundenen Koordinatensystems x, y, z bestimmten Ebene relativ verschieben kann.

Wie beim Modellpolyederschäumglas "TOP" in Abschnitt Nr. 1.3.2 können die vertikalen Ränder der Subeinheit des Modelles "BETA" (z.B. $\overline{BB'}$), die ja alle auf zweizähligen Drehachsen liegen, als sogenannte Gelenklinien aufgefasst werden. Sie fallen mit den vertikalen Diagonalen der aus den Mittelflächen der vertikalen hexagonförmigen Zellwandfolien gebildeten regulären Hexagone zusammen. Somit werden bei der äusseren Flächenbelastung $\sigma^{(z)}$ die vertikalen Ränder (z.B. $\overline{BB'}$) der dazugehörenden Materiellen Subeinheit - siehe Bild Nr. 37 - pro Längeneinheit nur durch die variablen Normalkräfte n_{ξ} und die variablen Drillmomente $m_{\xi\eta}$ und Scherkräfte q_{ξ} beansprucht, während die Biegemomente m_{ξ} verschwinden¹⁾.

Für die weiteren Betrachtungen wird die sinnvolle Annahme getroffen, dass die Kanten der Subeinheit, welche die Seiten der Quadrate ABCD und A'B'C'D' bilden, auf Gelenkgeraden lägen! Infolge dieser willkürlichen Annahme, die mit der Wirklichkeit nicht genau übereinstimmt, können an den horizontalen Rändern der dazugehörenden Materiellen Subeinheit (z.B. \overline{AB}) nur variable Normalkräfte \bar{n}_{ξ} , variable Drillmomente $\bar{m}_{\xi\eta}$ und Scherkräfte \bar{q}_{ξ} angreifen (siehe Bild Nr. 38).

Nach dem soeben Gesagten können somit alle horizontalen und vertikalen Ränder der Materiellen Subeinheit des Modellschäumglases "BETA" wie beim Modell "TOP" mit fiktiven Randträgern ($EF = 0, GJ_p = 0, EJ = \infty$) verstärkt werden²⁾, ohne dass irgendwelche Zwängungen entstehen. Bei den horizontalen fiktiven Randträgern trifft dies natürlich nur näherungsweise zu. Schneidet man in Gedanken eine solche verstärkte Materielle Subeinheit aus dem Modellschäumglas "BETA", so erzwingen diese Randträger - wie beim Modell "TOP" - ihre geometrische Verträglichkeit mit den übrigen verstärkten Materiellen Subeinheiten des Schäumglases, wobei die Spannungs- und Verformungszustände in der Materiellen Subeinheit nicht beeinflusst werden.

¹⁾ Gleiche Ueberlegungen wie beim Modell "TOP"

²⁾ Diese vertikalen Randträger besitzen in Bezug auf das mit der Subeinheit verbundene Koordinatensystem x, y, z *a priori* nur einen Freiheitsgrad.

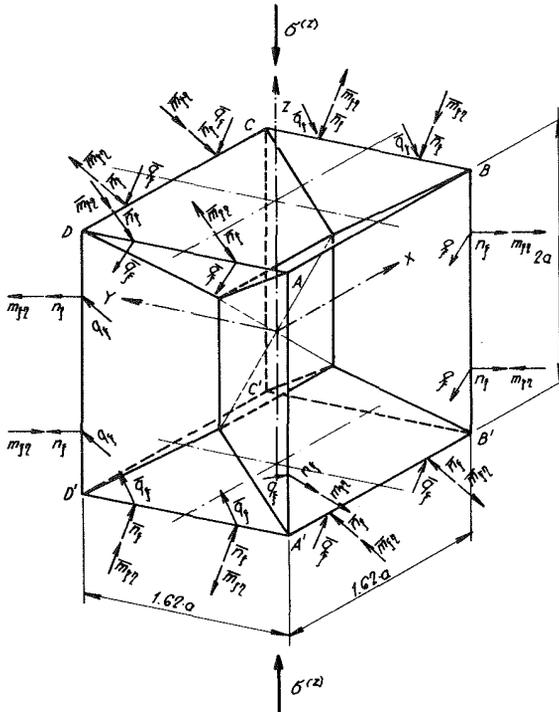


Bild Nr. 38 Die auf die Materielle Subeinheit des Modellschaumglases "BETA" wirkenden Schnittkräfte unter der äusseren Belastung $\sigma^{(2)}$

Analog wie beim Modell "TOP" müssen dann für die Ermittlung der Spannungen in der verstärkten Materiellen Subeinheit nur die an ihren horizontalen Rändern (z.B. \overline{AB}) angreifenden vertikalen Linienlasten

$$p^{(z)} = \frac{1.618}{2} \cdot a \cdot \sigma^{(z)} \quad (66)$$

berücksichtigt werden.

Im Einklang mit der Oberflächenhypothese in Abschnitt Nr. 1.3.1 dieses Kapitels kann $\sigma^{(z)}$ dann der Druckfestigkeit $\sigma_{dB}^{(z)}$ oder der Zugfestigkeit $\sigma_B^{(z)}$ des Modellschaumglases "BETA" gleichgesetzt werden, sobald die grösste Hauptzugspannung an irgend einer Stelle der inneren Oberfläche seiner Polyederblasen die Bruchfestigkeit $\sigma_B(n^*)$ seiner als Kontinuum aufgefassten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas erreicht. Deshalb sollen zur Ermittlung der Bruchfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ und $\sigma_B^{(z)}$ die Spannungszustände auf den Oberflächen der Zellwandungen genau bekannt sein. Die dazu erforderlichen Spannungsanalysen konnten unter Ausnutzung der Symmetrien auf ein "Achtel" der verstärkten Materiellen Subeinheit beschränkt werden. Dieser wurde für die numerischen Spannungsnachweise in 528 finite Elemente aufgeteilt und in Bild Nr. 39 dargestellt.

Wie die Gleichungen Nr. 1, Nr. 26 und Nr. 63 beweisen, hängt das Verhältnis $\frac{t}{a}$ zwischen der Stärke t und der Länge a , welche die Grundpolyeder des Modellschaumglases "BETA" beschreibt, nur von seiner Dichte ρ und vom Porenanteil n^* seiner Zellwandfolien aus Kugelschaumglas alleine ab. Dieses Verhältnis $\frac{t}{a}$ beeinflusst aber den Anteil der Biegebenebenspannungen auf den Oberflächen der Zellwandfolien entscheidend, indem bei kleinem $\frac{t}{a}$ der Membranspannungszustand vorherrscht und bei grossem $\frac{t}{a}$ die Biegewirkung sich sehr stark bemerkbar macht (siehe Diagramm auf Bild Nr. 48). Aus diesen Gründen kann auf die massgebende Beeinflussung des Bruchverhaltens des Modellpolyederschaumglases "BETA" durch das Verhältnis $\frac{t}{a} = f(\rho, n^*)$ und die Zugfestigkeit $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ des Glasgrundmaterials der Zellwandfolien aus Kugelschaumglas (Oberflächenhypothese) geschlossen werden. Für die Ausführung der numerischen Spannungsanalysen, welche die Grundlagen der Prognosen der Bruchfestigkeiten des Modellpolyederschaumglases "BETA" bilden, brauchte nach dem weiter oben Gesagten nur das Verhältnis $\frac{t}{a} = f(\rho, n^*)$ bei Nullsetzen des Parameters n^* variiert zu werden, da die entsprechenden Werte für andere $n^* \neq 0$ wegen der Oberflächenhypothese proportional umgerechnet werden können.

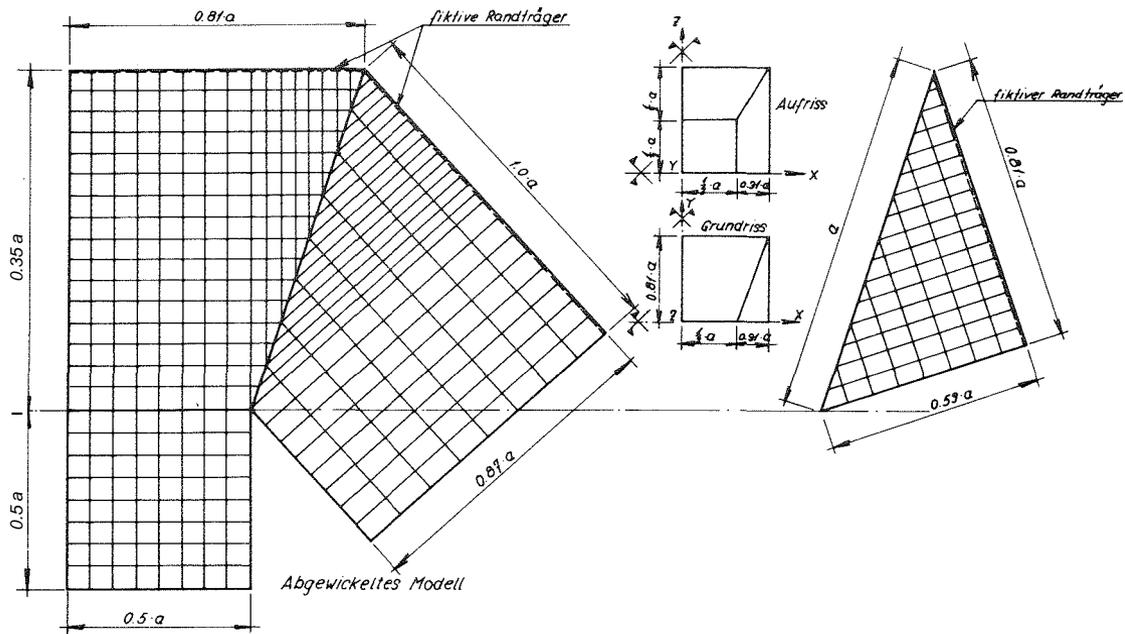


Bild Nr. 39 Aufteilung der durch Ausnutzung der Symmetrien reduzierten verstärkten Materiellen Subeinheit des Modellschaumglases "BETA" in 528 finite Elemente

Die Zugfestigkeiten, die Elastizitätsmoduln und die Querdehnungszahlen der als Kontinuum betrachteten Zellwandfolien aus Kugelschaumglas wurden gemäss Abschnitt Nr. 1.3.1 zu

$$\sigma_B(n^*) = \frac{1}{2} \cdot \sigma_B^{GM}(n^* = 0) \cdot (1 - n^*) = 45(1 - n^*) \quad (67),$$

$$E(n^*) = E(n^* = 0) \cdot e^{-3.95n^*} = 72'600 \cdot e^{-3.95n^*} \quad (68),$$

und

$$v(n^*) = v(n^* = 0) = 0.21 \quad (69)$$

angenommen.

In der Tabelle auf Seite Nr. 79 wurden die Rechenergebnisse zusammengestellt. Bild Nr. 40 zeigt als Schaubild die Ergebnisse dieser Berechnungen. Es zeigt sich dabei, dass die Dichte ρ des Modellschaumglases einen massgebenden Einfluss auf die Bruchfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ und $\sigma_B^{(z)}$ ausübt, wohingegen dies in Bezug auf den Porenanteil n^* der Zellwandfolien aus Kugelschaumglas nicht mehr so deutlich gesagt werden kann.

Da das Modellpolyederschaumglas "BETA" eine homogene Anisotropie aufweist, gilt bezüglich seiner Elastizität dieselbe Theorie wie für das Modell "TOP" in Abschnitt Nr. 1.3.2. Das bedeutet, dass auch im Bezugssystem x_1, x_2, x_3 auf Bild Nr. 35 der Zusammenhang zwischen dem Spannungsvektor $\vec{\sigma}$ und dem Verzerrungsvektor $\vec{\epsilon}$ durch die Beziehung

$$\vec{\sigma} = (C_{ij}) \cdot \vec{\epsilon} \quad (70)$$

ausgedrückt werden kann ¹⁾

¹⁾ Die Vektoren $\vec{\sigma}$ und $\vec{\epsilon}$ wurden in Abschnitt Nr. 1.3.2.2.4 definiert.

n^*	%	0.00			0.70			0.40		
		0.05	0.10	0.20	0.05	0.10	0.20	0.05	0.10	0.20
$1/q$	-									
$1q = 1.0 - 1.1488 \frac{1 - 0.0391(1-q)^n}{1-q}$	%	93.53	86.61	71.43	93.53	86.61	71.43	93.53	86.61	71.43
$n = n^* + n_2(1-n^*)$	%	93.53	86.61	71.43	94.82	89.23	77.14	96.12	91.97	82.86
$S_0(n^*) = 45(1-n^*)$	M_{imm}^*	45.00	45.00	45.00	36.00	36.00	36.00	27.00	27.00	27.00
$L(n^*) = 72534 \cdot e^{-3.8n^*}$	M_{imm}^*	72534	72534	72534	32946	32946	32946	14353	14353	14353
$S = 2.48(1-n)$	$\%_{\text{cap}}^*$	0.100	0.331	0.707	0.128	0.265	0.560	0.096	0.199	0.414
S_{cap}	M_{imm}^*	0.942	2.130	5.883	0.754	1.704	4.220	0.565	1.278	3.170
S_p	M_{imm}^*	0.643	1.328	3.473	0.514	1.109	2.783	0.380	0.827	2.087
L	M_{imm}^*	4937	3983	8980	879	1808	3803	339	820	1726
r	-	0.90	0.29	0.27	0.90	0.29	0.27	0.90	0.29	0.27

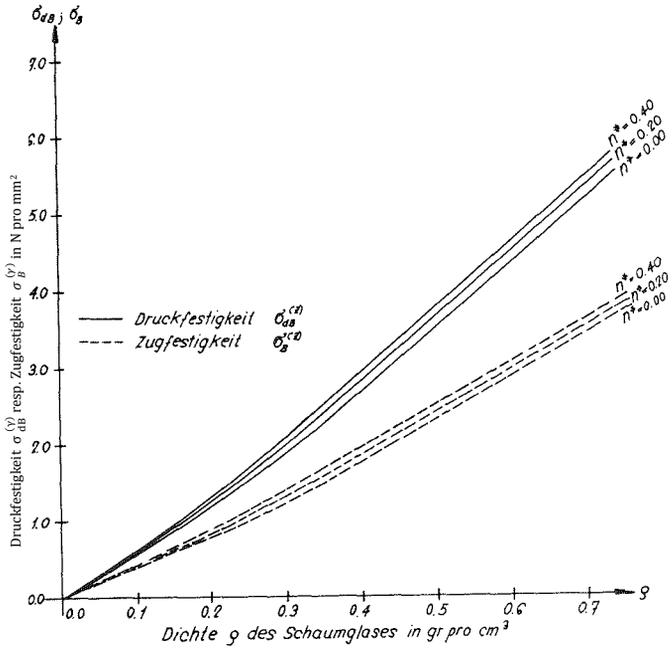


Bild Nr. 40 Die Bruchfestigkeiten des Modellpolyederschäumglases "BETA"

Wie bereits in Abschnitt Nr. 1.3.3.1. gesagt, bilden die Symmetrieelemente des Modellschaumglases "BETA" die Punktgruppe (Kristallklasse) mmm oder 2/m. Folglich weist die symmetrische Matrix (c_{ij}) der Elastizitätsmodul c_{ij} nach dem Neumann'schen Prinzip (siehe Abschnitt Nr. 1.3.2.2.4.) folgende Struktur auf:

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (71).$$

Grund- und Aufriss des Zellwerkes des Modellschaumglases "BETA" auf Bild Nr. 36 zeigen eine Schichtstruktur (ABABA ...); In Richtung z wechselt immer eine Schicht A von β - Flächner, deren x_1 -Achsen (siehe Bild Nr. 35) in Richtung x des Raumes ausgerichtet sind, mit einer Schicht B von β - Flächner, deren x_1 - Achsen in Richtung y des Raumes weisen, ab.

Als Konsequenz der soeben beschriebenen Morphologie seines Zellwerkes können beim Modellschaumglas "BETA" bezüglich den Richtungen x und y des Raumes nur gleiche mechanische Verhaltensweisen erwartet werden. Auf Grund dieser Tatsache bestehen zwischen den Elementen c_{ij} der Matrix (c_{ij}) die Beziehungen

$$c_{11} = c_{12}; c_{13} = c_{23} \quad \text{und} \quad c_{44} = c_{55} .$$

Die Matrix der Elastizitätsmodul c_{ij} weist dann folgende vereinfachte Struktur auf

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad (72).$$

Ein Einkristall, dessen Symmetrieelemente die Punktgruppe oder Kristallklasse $4/m\bar{m}m$ bilden, besitzt eine Matrix (c_{ij}) , welche die gleiche Elementenstruktur aufweist!

Trotz der Tatsache, dass die Elastizität des Modellschaumglases "BETA" nur durch die sechs Elastizitätsmoduln

$$c_{11}, c_{33}, c_{44}, c_{66}, c_{12} \text{ und } c_{13}$$

genau beschrieben werden kann, wurden zwecks unserer groben Abschätzungen nur die unter der äusseren Belastung $\sigma^{(z)} = -\sigma_3$ auftretenden Grössen

$$E^{(z)} =: \frac{\sigma_3}{\varepsilon_3} = c_{33} - 2 \frac{c_{13}^2}{c_{11} + c_{12}} \quad 73),$$

$$v^{(z,x)} =: - \frac{\varepsilon^{(x)}}{\varepsilon^{(z)}} \quad 74)$$

und

$$v^{(z,y)} =: - \frac{\varepsilon^{(y)}}{\varepsilon^{(z)}} \quad 75)$$

rechnerisch bestimmt.

Dabei gelten folgende Gleichheiten:

- 1) $\sigma_3 = -\sigma^{(z)}$
- 2) $\varepsilon_3 = \varepsilon^{(z)}$
- 3) $\varepsilon^{(x)} = \varepsilon^{(y)} = \varepsilon_1 = \varepsilon_z$
- 4) $v^{(z,x)} = v^{(z,y)}$

In den folgenden Ausführungen sollen die Werte $E^{(z)}$ und $v^{(z,x)} = v^{(z,y)}$ als Elastizitätsmodul beziehungsweise als Querdehnungszahl des Modellschaumglases bezeichnet werden!

In der Tabelle auf Seite 79 wurden auch die simultan mit den Bruchfestigkeiten an der verstärkten Materiellen Subeinheit bestimmten Werte $E^{(z)}$ und $v^{(z,x)} = v^{(z,y)}$ eingetragen. Die Bilder Nr. 41 und Nr. 42 zeigen die Graphen $E^{(z)}(\rho, n^*)$ beziehungsweise $v^{(z,x)}(\rho, n^*) = v^{(z,y)}(\rho, n^*)$ für die Parameter $n^* = 0.00$, $n^* = 0.20$ und $n^* = 0.40$.

In den für das Modell "TOP" geltenden Diagrammen auf den Bildern Nr. 26, 27, 33 und Nr. 34 wurden auch die Graphen $\sigma_{dB}^{(z)}(\rho, n^* = 0)$, $\sigma_B^{(z)}(\rho, n^* = 0)$, $E^{(z)}(\rho, n^*)$ und $v^{(z,x)}(\rho, n^* = 0) = v^{(z,y)}(\rho, n^* = 0)$ des Modellpolyederschaumglases "BETA" eingetragen.

Obwohl das Modellschaumglas "BETA" nur für eine äussere Flächenbelastung $\sigma^{(z)}$ in Richtung z des Raumes untersucht wurde, zeigen die soeben erwähnten Schaubilder, dass sich die Voraussagen der beiden Modelle "TOP" und "BETA" in Bezug auf die mechanischen Eigenschaften nicht wesentlich unterscheiden. Deshalb soll für die künftigen theoretischen Untersuchungen nur das Modellschaumglas "TOP" verwendet werden.

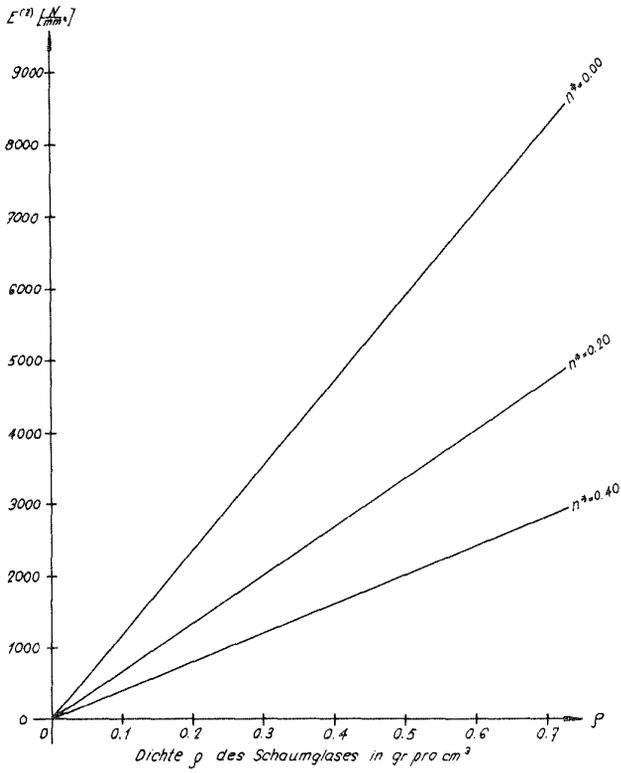


Bild Nr. 41 Der Elastizitätsmodul des Modellschaumglases "BETA"

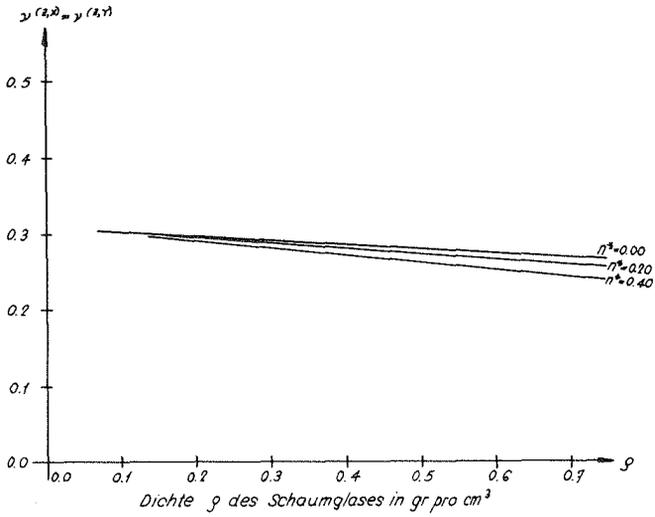


Bild Nr. 42 Die Querdehnungszahl des Modellschaumglases "BETA"

1.3.4. Das Modellschaumglas "ORTHO"

1.3.4.1. Vorstellung des Modells

Die bisher betrachteten Modellpolyederschaumgläser "TOP" und "BETA" sind anisotrop! Im Hinblick auf die Möglichkeit, Schaumglasziegel im Strangpressverfahren zu erzeugen, wollen wir ein neues ideales Polyederschaumglas betrachten, das eine betonte "Orthotropie" aufweist¹⁾. Am einfachsten kann das Zellwerk eines solchen Modellschaumglases durch die affine Transformation des Zellwerkes des Modellschaumglases "TOP" in Richtung z des Raumes (siehe Bild Nr. 11) gewonnen werden²⁾,

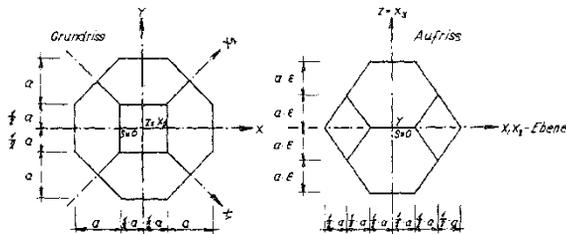


Bild Nr. 43 Grundpolyeder des Modellschaumglases "ORTHO"

Bild Nr. 43 zeigt in Grund- und Aufriss den Elementarpolyeder des Zellwerkes des so erhaltenen neuen Polyederschaumglases, das kurz "Modellschaumglas "ORTHO" genannt werden soll. Dieser Grundpolyeder ist eine Kombination der Formen: Tetragonale Dipyramide, Tetragonales Prisma und Basisbinakoid.

Da es sich eigentlich um eine Tetragonale Dipyramide mit abgeschnittenen Ecken handelt, wollen wir sie künftig als "Abgeschnittene Tetragonale Dipyramide" bezeichnen!

- 1) Das Wort "Orthotropie" ist ein Synonym für "Orthogonale Anisotropie".
- 2) Kristallographisch: "Homogene Verzerrung entlang z-Achse".

Dieses Polyeder weist folgende Symmetrieelemente auf:

- 1) eine mit der z-Achse (= x_3 -Achse) zusammenfallende vierzählige Drehachse;
- 2) zwei auf den Koordinatenachsen x und y liegende zweizählige Drehachsen;
- 3) zwei durch die x_1 - und x_2 - Achsen definierte zweizählige Drehachsen;
- 4) fünf Symmetrieebenen, von welchen jede eine der obigen Drehachsen rechtwinklig im Schwerpunkt S des Grundpolyeders schneidet; und
- 5) ein Symmetriezentrum.

Diese Symmetrieelemente bilden eine Punktgruppe, die mit dem allgemein gebräuchlichen Symbol 4/mmm bezeichnet und zum tetragonalen Kristallsystem zugeordnet wird. Diese Punktgruppe 4/mmm gilt natürlich auch für den allseitig unbegrenzten Körper aus Modellschaumglas "ORTHO".

Weil das Zellwerk des Modellschaumglases "TOP" infolge obiger affiner Transformation nur ein Sonderfall des neuen Modelles bildet, können Grund- und Aufriss auf Bild Nr. 11 auch für die graphische Darstellung des Modellschaumglases "ORTHO" verwendet werden.

Die Geometrie des Zellwerkes des Modellschaumglases "ORTHO" steht im Widerspruch zu den Prinzipien von J. Plateau (siehe Kapitel A, Abschnitt 1.2.)! Die auf die Volumeneinheit bezogene Mittelfläche der Wandfolien des Modellschaumglases "ORTHO" beträgt

$$S_V = \frac{1+12\sqrt{\frac{1}{4}+\varepsilon^2} + 2\sqrt{2}\varepsilon}{16\varepsilon} \cdot \frac{1}{a} \quad (76).$$

Die Parameter a und ε auf der rechten Seite dieser Gleichung wurden auf Bild Nr. 43 eingetragen!

Bezüglich den weiteren Untersuchungen werden die Plateauränder (siehe Bild Nr. 14) vernachlässigt und die ebenen Zellwandfolien der konstanten Stärke t des Modellpolyederschaumglases als aus kompakten Glasgrundmaterial bestehend angenommen (d.h. $n^* = 0$).

Unter Vernachlässigung des Einflusses der Durchdringung je dreier ebenen Zellwandfolien der Stärke t im Bereiche ihrer gemeinsamen "Schnittlinie"

Ein Betrachter des Bildes Nr. 11 kann feststellen, dass die Zweizähligkeit der Drehachsen, auf denen sämtliche horizontalen und vertikalen Ränder (z.B. \overline{BC} und $\overline{CC'}$) der betrachteten Subeinheit liegen, durch die affine Transformation in Richtung der z-Achse (Vierzählige Drehachse) erhalten bleibt.

Hier soll nur die auf das Schaumglas wirkende in x- und y- Richtung unbegrenzte Flächenlast $\sigma^{(z)}$ betrachtet werden! Wie ein Vergleich mit Abschnitt Nr. 1.3.2. zeigt, werden dann die geometrischen Randbedingungen (Verträglichkeitsbedingungen) an sämtlichen horizontalen und vertikalen Kanten der Subeinheiten des Zellwerkes des Modellschaumglases "TOP" durch die affine Transformation, die zum Zellwerk des Modellschaumglases "ORTHO" führt, nicht verändert. Daher gelten für die Ränder der Subeinheiten des Modellschaumglases "ORTHO" dieselben geometrischen Randbedingungen wie für die Subeinheiten des Modellschaumglases "TOP". Deshalb können alle Materiellen Subeinheiten des Modellschaumglases "ORTHO" auf die genau gleiche Art wie beim Modell "TOP" durch das Anbringen von fiktiven Randträgern verstärkt werden. Diese Verstärkungen verursachen keine zusätzlichen Zwängungen im Modellschaumglas. Schneidet man gedanklich eine solche verstärkte Materielle Subeinheit aus dem Modellschaumglas "ORTHO", so erzwingen diese Randträger ihre geometrische Verträglichkeit mit den übrigen verstärkten Materiellen Subeinheiten des Schaumglases, wobei die Spannungs- und Verformungszustände in der Materiellen Subeinheit nicht beeinflusst werden.

Analog wie beim Modell "TOP" müssen dann für die Ermittlung der Spannungen in der verstärkten Materiellen Subeinheit nur die an ihren horizontalen Rändern angreifenden vertikalen Linienlaste

$$p^{(z)} = a \cdot \sigma^{(z)} \quad 79)$$

berücksichtigt werden (siehe Bild Nr. 44).

In Übereinstimmung mit der Oberflächenhypothese in Abschnitt Nr. 1.3.1 erreicht $\sigma^{(z)}$ dann die Druckfestigkeit $\sigma_{dB}^{(z)}$ oder die Zugfestigkeit $\sigma_B^{(z)}$ des Modellpolyederschaumglases "ORTHO", sobald die grösste Hauptzugspannung auf der Oberfläche irgend einer seiner Zellwandfolien den Wert $\sigma_B (n^+ = 0)$ annimmt. Darum sollen die Randspannungszustände der Zellwandfolien möglichst genau bekannt sein!

Zu den notwendigen numerischen Spannungsberechnungen wurde die verstärkte

Materielle Subeinheit unter Benutzung verschiedener Symmetrieebenen auf ein "Sechzehntel" beschränkt. Dieser "Sechzehntel" besteht aus 340 finiten Elementen und wurde für den Spezialfall $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$ auf Bild Nr. 25 zeichnerisch festgehalten.

Nach Gleichung Nr. 78 hängt das Verhältnis $\frac{t}{a}$ zwischen der Stärke t und der die Grundpolyeder des Zellwerkes des Modellpolyederschaumglases "ORTHO" beschreibende Länge a nur von seiner Dichte ρ und dem Parameter ε ab. Dieses Verhältnis $\frac{t}{a}$ beeinflusst aber den Anteil der Biegebenebeanspruchungen auf den Oberflächen der Zellwandfolien entscheidend, indem bei kleinem $\frac{t}{a}$ der Membranspannungszustand vorherrscht und bei grossem $\frac{t}{a}$ die Biegewirkung sich sehr stark bemerkbar macht. Aus diesen Gründen kann geschlossen werden, dass das Bruchverhalten des Modellpolyederschaumglases "ORTHO" neben dem Verhältnis $\frac{t}{a} = f(\rho, \varepsilon)$ auch von der Zugfestigkeit $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ des Glasgrundmaterials der Zellwandfolien - Oberflächenebene - massgebend beeinflusst wird.

Für die Spannungsanalysen, die die Grundlage der Prognosen der mechanischen Verhaltensweisen des Modellpolyederschaumglases "ORTHO" bildeten, wurden nur die Verhältnisse $\frac{t}{a} = f(\rho, \varepsilon)$ bei jeweils konstant gehaltenem Parameter ε variiert.

Die Zugfestigkeit, der Elastizitätsmodul und die Querdehnungszahl der als Kontinuum betrachteten Zellwandfolien aus Vollglas wurden gemäss Abschnitt Nr. 1.3.1 zu

$$\sigma_B(n^* = 0) = \frac{1}{2} \sigma_B^{GM}(n^* = 0) = 45 \text{ N/mm}^2,$$

$$E(n^* = 0) = 72'600 \text{ N/mm}^2 \text{ und}$$

$$\nu(n^* = 0) = 0.21 \quad \text{angenommen!}$$

Die Kerbwirkungen an den Stellen, wo sich je drei Zellwandfolien schneiden, wurden für die Bestimmung der Bruchfestigkeiten vernachlässigt.

In der Tabelle auf Seite 91 wurden die Ergebnisse der so ermittelten Druck und Zugfestigkeiten ($\sigma_{dB}^{(z)}, \sigma_B^{(z)}$) zusammengestellt und in Bild Nr. 45 graphisch dargestellt.

ε	-	0.25			$\frac{1}{10}$			3.0		
$1/a$	-	0.05	0.10	0.20	0.05	0.10	0.20	0.05	0.10	0.20
n	%	89.48	78.96	57.92	54.08	88.16	76.39	95.21	90.42	80.84
$g = 2.48(1-n)$	-	0.260	0.581	1.041	0.147	0.239	0.586	0.119	0.237	0.474
$\sigma_{u8}^{(2)}$	N/mm^2	0.134	0.425	1.234	1.412	2.594	4.946	4.769	12.236	38.632
$\sigma_y^{(2)}$	N/mm^2	0.149	0.404	1.234	0.861	1.775	3.606	1.656	3.295	6.650
$\varepsilon^{(2)}$	N/mm^2	319	776	2164	1499	9016	6201	3196	6395	12811
$\nu^{(2,2)} - \nu^{(6,7)}$	-	0.09	0.09	0.09	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29	0.29

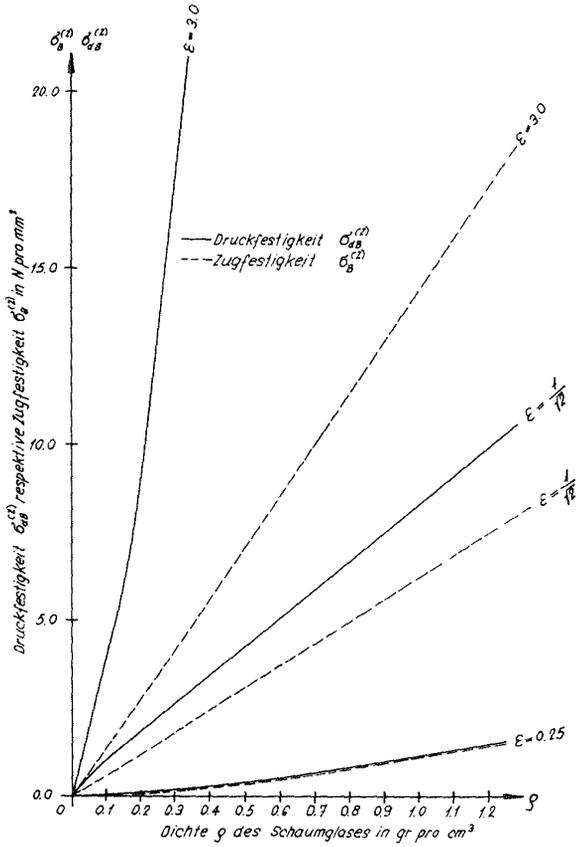


Bild Nr. 45 Die Bruchfestigkeit des Modellschaumglases "ORTHO"

Da das Modellpolyederschaumglas "ORTHO" eine homogene Anisotropie aufweist, gilt bezüglich seiner Elastizität dieselbe Theorie wie für das Modell "TOP" in Abschnitt Nr. 1.3.2. Das bedeutet, dass auch im Bezugssystem x_1, x_2, x_3 auf Bild Nr. 43 der Zusammenhang zwischen dem Spannungsvektor $\vec{\sigma}$ und dem Verzerrungsvektor $\vec{\epsilon}$ durch die Beziehung

$$\vec{\sigma} = (c_{ij}) \cdot \vec{\epsilon} \quad 80)$$

ausgedrückt werden kann ¹⁾.

Wie bereits gesagt, bilden die Symmetrieelemente des Modellschaumglases "ORTHO" die Punktgruppe (Kristallklasse) 4 / mmm. Somit weist die symmetrische Matrix (c_{ij}) der Elastizitätsmoduln c_{ij} nach dem Neumann'schen Prinzip (siehe Abschnitt Nr. 1.3.2.2.4.) folgende Struktur auf:

$$(c_{ij}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad 81).$$

Trotz der Tatsache, dass die Elastizität des Modellschaumglases "ORTHO" nur durch die sechs Elastizitätsmoduln $c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{33}, c_{44}$ und c_{66} genau beschrieben werden kann, wurden für unsere groben Abschätzungen nur die unter der äusseren Belastung $\sigma^{(z)} = -\sigma_3$ auftretenden Grössen

$$E^{(z)} =: \frac{\sigma_3}{\epsilon_3} = c_{33} - 2 \cdot \frac{c_{13}^2}{c_{11} + c_{12}} \quad 82),$$

$$v^{(z,x)} =: - \frac{\epsilon^{(x)}}{\epsilon^{(z)}} \quad 83)$$

und

$$v^{(z,y)} =: - \frac{\epsilon^{(y)}}{\epsilon^{(z)}} \quad 84)$$

rechnerisch bestimmt.

¹⁾ Die Vektoren $\vec{\sigma}$ und $\vec{\epsilon}$ wurden in Abschnitt Nr. 1.3.2.2.4. definiert.

Dabei gelten folgende Gleichheiten:

- 1) $\sigma_3 = -\sigma^{(z)}$;
- 2) $\varepsilon_3 = \varepsilon^{(z)}$;
- 3) $\varepsilon^{(x)} = \varepsilon^{(y)} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$, und
- 4) $\nu^{(z,x)} = \nu^{(z,y)}$.

In den folgenden Ausführungen sollen die Werte $E^{(z)}$ und $\nu^{(z,x)} = \nu^{(z,y)}$ als Elastizitätsmodul beziehungsweise als Querdehnungszahl des Modellschaumglases bezeichnet werden!

In der Tabelle auf Seite 91 wurden auch die simultan mit den Bruchfestigkeiten an der verstärkten Materiellen Subeinheit bestimmten Werte $E^{(z)}$ und $\nu^{(z,x)} = \nu^{(z,y)}$ eingetragen.

Bild Nr. 46 zeigt die Graphen $E^{(z)}(\rho, \varepsilon)$ und $\nu^{(z,x)}(\rho, \varepsilon) = \nu^{(z,y)}(\rho, \varepsilon)$ für die drei Parameter $\varepsilon = 0.25$; $\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $\varepsilon = 3.0$.

Die Diagramme in den Bildern Nr. 45 und Nr. 46 lehren, dass die Bruchfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ und $\sigma_B^{(z)}$ sowie die Elastizitätsmoduln $E^{(z)}$ des Modellschaumglases "ORTHO" bei gleichbleibender Dichte ρ mit steigendem Wert des Parameters ε sehr stark anwachsen. Diese Erkenntnis kann natürlich auch auf reale stark orthotrope Polyederschaumgläser in angepasster Art und Weise übertragen werden.

Das Beispiel des Modelles "ORTHO" weist darauf hin, dass bei Druckbelastung - analog wie bei den handelsüblichen Isolierbacksteinen - Schaumglasbausteine mit länglichen polyedrischen in Richtung der Druckspannungstrajektorien ausgerichteten Poren optimale Trageigenschaften zeigen werden.

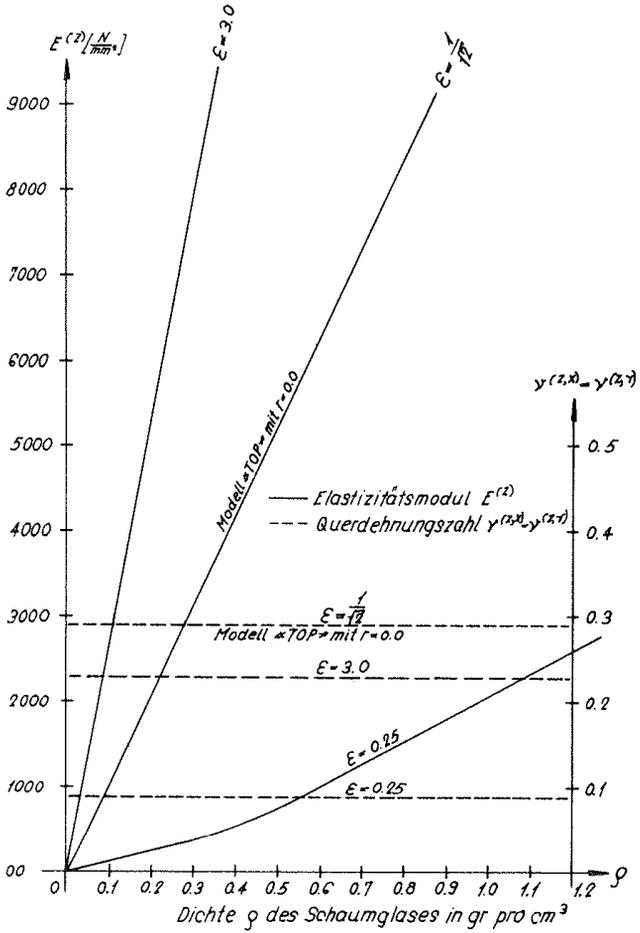


Bild Nr. 46 Elastizitätsmodul und Querdehnungszahl des Modellschaumglases "ORTHO"

1.4. Wege zu optimalen Schaumgläsern

Unter optimalen Schaumgläsern sollen solche verstanden werden, welche eine möglichst hohe spezifische Druckfestigkeit

$$\lambda_{dB} =: \frac{\sigma_{dB}}{\rho \cdot g} \quad 85)$$

aufweisen.

Die Materiellen Zellwerke der bisher behandelten Modellschaumgläser "TOP", "BETA" und "ORTHO" bestehen aus ebenen Zellwandfolien. Deshalb war es naheliegend, die Beeinflussung ihrer Druckfestigkeiten σ_{dB} für den Fall (siehe Bild Nr. 47) zu untersuchen, wo die Dicke t jeder Zellwandfolie von ihrer Mitte ($t = \delta_1$) bis an ihre Ränder ($t = \delta_2 = k^3 \cdot \delta_1$) stetig wächst.

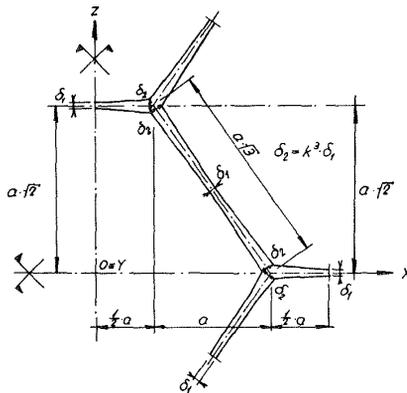


Bild Nr. 47 Schnitt des Modellschaumglases "TOP" mit der xz - Ebene

Dies wurde am Beispiel des Modellschaumglases "TOP" mit verschwindenden Plateauränder ($r = 0$) ausgeführt! Dabei wurden die Zellwandfolien als aus "porenfreiem" Glas bestehend angenommen und die Kerbwirkungen an ihren Berandungen für die Bestimmung der Bruchfestigkeiten σ_{dB} vernachlässigt.

Da wir der Einfachheit halber nur Belastungen in Richtung z des Raumes untersuchen wollen, konnte für die Prognosen der Druckfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ des so modifizierten Modellpolyederschäumglases seine verstärkte Materielle Subeinheit (genau gleich wie in Abschnitt Nr. 1.3.2.2.1.) auf ein Sechzehntel reduziert und in 340 finite Elemente eingeteilt werden. Es darf aber nicht vergessen werden, dass die Dicken der Elemente der variablen Zellwandfolienstärke angepasst wurden.

Für den Porenanteil n des Schaumglases gilt die Relation

$$n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \{0.1075 + 0.3110 \cdot k + 0.5367 \cdot k^2 + 0.7189 \cdot k^3\} \frac{\delta_1}{a} + 0.4620 \cdot k^6 \cdot \left(\frac{\delta_1}{a}\right)^2 \quad (86).$$

Das letzte Glied in dieser Gleichung berücksichtigt den Einfluss der Durchdringung je dreier Zellwandfolien in der näheren Umgebung ihrer gemeinsamen "Schnittkante". Der Koeffizient k drückt, wie in Bild Nr. 47 dargestellt, das geometrische Wachstumsverhältnis der Stärken der Zellwandfolien aus.

Eine weitere Möglichkeit der Suche nach optimalen Polyederschäumglasmikrostrukturen besteht in der Variation der auf die Mittelfläche der Polyederzellwandfolien bezogenen spezifischen Oberflächen S_V . Wir wollen aber für den weiteren Verlauf dieser Abhandlung davon absehen.

Das Diagramm auf Bild Nr. 48 zeigt, dass der Koeffizient k die Grösse der Druckfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ unwesentlich beeinflusst¹⁾. Somit können die Druckfestigkeiten des Polyederschäumglases durch variieren der Stärke t der Zellwandfolien nicht erheblich verbessert werden.

Im gleichen Bild Nr. 48 wurde auch der Verlauf der Druckfestigkeiten $\sigma_{dB}^{(z)}$ und $\sigma_{dB}^{(x)} = \sigma_{dB}^{(y)}$ des Modellpolyederschäumglases "TOP" bei Vernachlässigung der Nebenspannungen aus Biegewirkung in Abhängigkeit von der Dichte ρ eingezeichnet, dazu wurden die Radien der Plateauränder gleich Null gesetzt. Das Diagramm zeigt am Beispiel des Schaumglasmodelles "TOP", wie bei Vernachlässigung der Nebenspannungen die Druckfestigkeiten wesentlich gegenüber denjenigen ansteigen, die man erhält, wenn diese sekundären Biegespannungen in die Berechnungen einbezogen werden. Allgemein kann daher behauptet werden, dass optimale Schaumglasmikrostrukturen Morphologien aufweisen sollen, bei denen die Nebenspannungen aus Biegung der Zellwandfolien vernachlässigt werden können.

¹⁾ In Bezug auf die Zugfestigkeit $\sigma_B^{(z)}$ ist der Einfluss von k noch unbedeutender

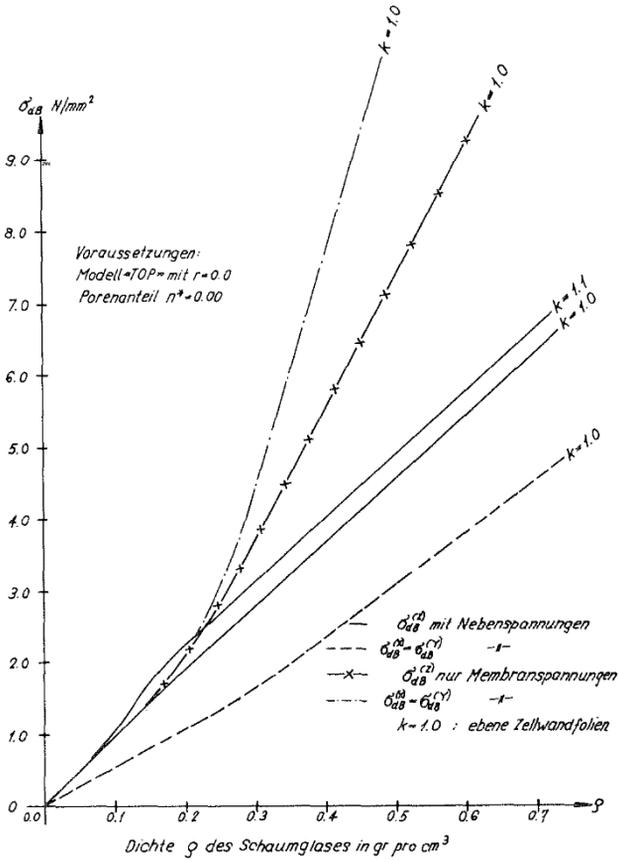


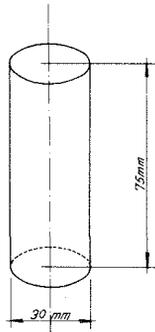
Bild Nr. 48 Die Druckfestigkeiten des Modellpolyederschaumglases "TOP"

2. Versuche über die mechanischen Eigenschaften des Schaumglases

In Abschnitt 1.1 dieses Kapitels wurde in kontinuummechanischer Betrachtungsweise ein linear-elastisches Verhalten des Glasgrundmaterials des Schaumglases bis zum Bruch angenommen. Auf Grund dieser Annahme folgt für einen beliebigen Schaumglaskörper, dessen Mikrostruktur ja vom Grundmaterial Glas aufgebaut ist, ebenfalls ein linear-elastisches äusseres Bruchverhalten. Da infolge dieser linearen Elastizität des Schaumglases ein Versagen unter beliebigen äusseren Beanspruchungsarten plötzlich unangemeldet auftritt, bezeichnet man dieses Phänomen als Spröbruch und sagt, Schaumglas verhält sich spröde.

In Abschnitt Nr. 2 des Kapitels A wurde geschildert, wie die Dichten $\rho = f(n)$ und die für die weiteren Betrachtungen wesentlichen Parameter n^* und \bar{L}_3 der Polyederschaumgläser von der Führung des Herstellungsvorganges wesentlich abhängen. Das Gleiche gilt auch für die Zugfestigkeiten $\sigma_G^M(n^* = 0)$ und die Elastizitätskennwerte $E(n^* = 0)$ und $\nu(n^* = 0)$ ihrer Glasgrundmaterialien sowie für ihre Morphologien.

Aus den soeben erwähnten Fakta und infolge der theoretisch unbegrenzten Anzahl möglicher Standardverfahren für die Schaumglaserzeugung, kann geschlossen werden, dass unzählige sich in mechanischer Hinsicht unterscheidende Schaumglastypen möglich sind. Deshalb haben wir uns auf die Prüfung der statischen Eigenschaften von grundsätzlich zwei Polyederschaumglastypen beschränkt; nämlich auf das von uns im Labor erzeugte feinzeilige Schaumglas und auf die Schaumglasarten 1 und 2.



Für die experimentelle Bestimmung der Druck-, Zug- und Torsionsschubfestigkeiten sowie der Elastizitätsmodul und Querdehnungszahlen wurde immer derselbe von uns entwickelte Standardprüfkörper verwendet, der die in Bild Nr. 49 zeichnerisch dargestellte Gestalt aufweist.

Bild Nr. 49 Standardprüfkörper

Der soeben definierte Kreiszyylinder als Normform für die Herstellung der Prüfkörper aus Schaumglas stellt das Ergebnis eines Ausgleichs zwischen den beiden entgegengesetzten Forderungen nach möglichst vielen als auch nach möglichst grossen Prüflingen, die aus einer Schaumglasprobe gewonnen werden sollen, dar.

Das Verlangen nach möglichst grossen Prüfkörperabmessungen, das im Falle des Polyederschaumglases gleichwertig dem Ruf nach einer möglichst grossen integralen äusseren und inneren Oberfläche der Prüflinge gleichkommt, entspricht nach der "Statistik des spröden Bruches" von Franc A. Mc Clintock (15) der Forderung nach kleinen Standarddeviationen zwischen den einzelnen Messungen der Bruchfestigkeiten.

Die Wahl der Kreiszyylinderform ermöglichte die Prüfkörper mittels eines Diamanthohlbohrers aus den Schaumglasproben bei geringem Ausschuss genau herauszuarbeiten.

2.1. Die Druckfestigkeiten des Polyederschaumglases

Da der vorher definierte Standardprüfkörper mit den in Bild Nr. 49 festgelegten Abmessungen den Schlankheitsgrad $\lambda = 10$ aufweist und aus diesem Grunde bei achsialer äusserer Druckbelastung ein einachsiger innerer Spannungszustand erreicht werden kann, wurde dieser Normkörper für die Prüfung der Druckfestigkeiten des Schaumglases verwendet.

Bild Nr. 50 zeigt einen noch unbelasteten Prüfkörper aus Polyederschaumglas in der Belastungsvorrichtung der von uns verwendeten Prüfmaschine. Die im Bild ersichtlichen, an den beiden Lagerflächen des Prüflings angeordneten 3 mm dicken Kunstgummiplatten verhindern seine vorzeitige Zerstörung durch ungleichmässige örtliche Pressung.

Zur Ueberprüfung der Richtigkeit dieses Vorgehens wurden auch Druckversuche bei Variation der Stärke der Lagerplatten aus Neoprengummi ausgeführt. Dabei konnte festgestellt werden, dass Aenderungen der Gummilagerplattendicken keinen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisse der Druckfestigkeiten ausüben. Besonders schlecht schnitten dabei die Prüflinge ab, die nicht mit Gummilagerplatten versehen wurden.

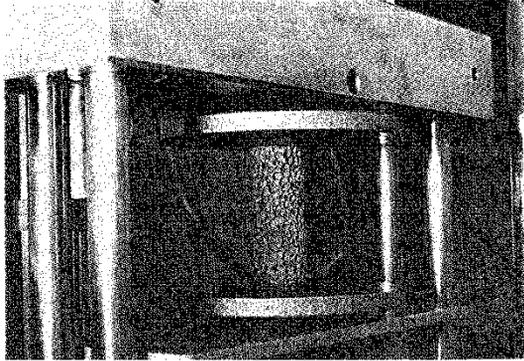


Bild Nr. 50 Prüfkörper aus Polyederschäumglas in der Belastungsvorrichtung für den Druckversuch

Bei der Prüfung der Druckfestigkeiten σ_{dB} des Schaumglases beginnt der Versuch immer mit einem in Abhängigkeit von den Dehnungen ε linearem Ansteigen der Druckspannungen σ im Prüfkörper bis zum plötzlichen unangemeldeten Bruch bei σ_{dB} , der sich im dazugehörenden und in Bild Nr. 51 dargestellten Spannungs - Dehnungsdiagramm mit einem gleichzeitigen schroffen Abfallen der Druckbeanspruchung bemerkbar macht.

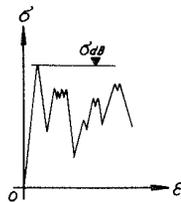


Bild Nr. 51 Spannungs - Dehnungsdiagramm beim Druckversuch

Wird anschliessend der Versuchsablauf ohne Unterbruch fortgesetzt, so wird der Prüfling unter ständigem Knistern zerpulvert, wobei die aufgebrachten Druckspannungen ständig um einen auf tieferem Niveau als die Druckfestigkeit σ_{dB} liegenden Mittelwert pendeln.

Mit Druckversuchen an Prüflingen verschiedener Geometrie konnte festgestellt werden, dass ihre Gestalt und Grösse einen nicht unerheblichen Einfluss auf ihre Druckfestigkeiten ausüben! Deshalb sollen die so erhaltenen Druckfestigkeiten nur als Vergleichswerte betrachtet werden. Während dem Prüfvorgang betrug die Geschwindigkeit des Zusammenfahrens der in Bild Nr. 50 ersichtlichen Stahlaufflagerteller 1,2 mm pro Minute.

Besondere Würdigung verdient noch die Erkenntnis, wie das bei jedem Druckversuch beobachtete lineare Spannungs - Dehnungsverhalten bis zum Bruch die theoretisch vorausgesagte Gültigkeit der linear-elastischen Bruchmechanik für das Schaumglas im Rahmen der Messgenauigkeit bestätigt.

Tabelle Nr. 1 enthält die mit der eben beschriebenen Prüfmethode bestimmten Druckfestigkeiten des feinzelligen Polyederschaumglases. Aus Sechzehn der in ihr eingetragenen zusammengehörenden Wertepaare aus Dichte und Druckfestigkeit, die einer nicht linearen Regressionsanalyse unterworfen wurden, enthält man für das feinzellige Polyederschaumglas die Regression

$$\sigma_{dB} = 16.24 \cdot \rho^{1.57} + 1.10 \quad (87),$$

die die Druckfestigkeit σ_{dB} (N/mm²) mit der Dichte ρ (gr/cm³) in Beziehung bringt und deren Graphen im Diagramm auf Bild Nr. 26 eingetragen wurde. Die Regression ist aber nur im Bereiche $0.29 < \rho < 0.52 \text{gr} / \text{cm}^3$ sichergestellt.

Die Tabellen Nr. 2 und Nr. 3 enthalten die mit unserer Standardmethode beobachteten Druckfestigkeiten der Schaumglasarten 1 und 2. Die Prüfergebnisse für die Probenreihe der Schaumglasart 1 können durch die Regressionsgleichung

$$\sigma_{dB} = 10.96 \cdot \rho^{1.07} \cdot e^{(0.0042 n^* - 0.336 \bar{L}_3)} + 0.22 \quad (88)$$

zusammengefasst werden. Dabei bedeutet σ_{dB} (N/mm²) die Druckfestigkeiten, ρ (gr/cm³) die Dichte, n^* (0/0) der Porenanteil der Zellwandfolien und \bar{L}_3 (mm) die "Mittleren Abschnittslängen" der Schaumglasart 1. Die Regression ist in den Intervallen

$$0.26 \leq \rho \leq 0.39 \text{gr} / \text{cm}^3,$$

$$21 \leq n^* \leq 42\% \text{ und}$$

$$1.9 \leq \bar{L}_3 \leq 3.8 \text{ mm}$$

für die unabhängigen Argumente sichergestellt.

Analog gilt für die Probenreihe der Schaumglasart 2 die Gleichung

$$\sigma_{dB} = 20.43 \cdot \rho^{2.89} \cdot e^{(0.021 n^* - 0.00016 L_3)} + 0.74 \quad 89).$$

Dabei gilt:

$$0.26 \leq \rho \leq 0.34 \text{ gr / cm}^3 ,$$

$$15 \leq n^* \leq 26\% \text{ und}$$

$$1.9 \leq \bar{L}_3 \leq 2.6 \text{ mm.}$$

Im Diagramm auf Bild Nr. 26 wurden auch die Punkte eingetragen, die zu den Prüfkörper gehören, deren gemessene Parameter σ_{dB} , ρ , n^* und \bar{L}_3 in die zu den Gleichungen Nr. 88 und Nr. 89 führenden Regressionsanalysen einbezogen wurden.

Wie in Abschnitt Nr. 2 des Kapitels A ausgeführt wurde, bestehen für die feinzelligen Polyederschaumgläser und die Proben der Schaumglasarten 2 - die alle bei verhältnismässig niedrigen Temperaturen geschäumt wurden - eindeutige Regression zwischen der Dichte ρ und den Parametern n^* und \bar{L}_3 . Dies trifft aber für die Werte n^* der mit relativ hohen Temperaturanglinien geblähten Proben der Schaumglasart 1 nicht mehr zu.

Auf der Grundlage dieser Beobachtungen kann die Hypothese aufgestellt werden, dass die Struktur ($n^* = n^*(\rho), \bar{L}_3 = \bar{L}_3(\rho)$) und somit auch das mechanische Verhalten von beliebigen bei relativ niedrigen Temperaturen geblähten Polyederschaumglasarten im wesentlichen nur von ihrer Dichte ρ abhängt, während dies in Bezug auf die mit relativ hochtemperaturigen Ganglinien geblähten Typen nicht mehr gilt ($n^* \neq n^*(\rho), \bar{L}_3 = \bar{L}_3(\rho)$).

Mit obenstehenden Ausführungen über die empirisch gewonnenen Zusammenhänge zwischen den Parametern n^* und L_3 von Proben verschiedener Polyederschaumglasarten und ihrer Dichte ρ sowie der mit Hilfe eines Vergleiches der Regressionsgleichungen Nr. 87, 88 und 89 festgestellten allgemeinen Abhängigkeit

$$\sigma_{dB} = f(\rho, n^*, \bar{L}_3) \quad 90)$$

kann obige Hypothese bestätigt werden.

2.2. Die Torsionsschubfestigkeiten des Polyederschaumglases

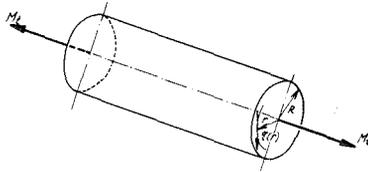


Bild Nr. 52

Die kreiszylindrische Gestalt der bereits früher für alle statischen Versuchsarten normierten Prüfkörper aus Schaumglas legt es nahe, ihren Widerstand gegen reine Torsionsbeanspruchung zu prüfen. Ein auf den Schaumglasprüfzylinder wirkendes äusseres achsiales Torsionsmoment M_t (siehe Bild Nr. 52) verursacht in seinem kreisförmigen Querschnitt Schubspannungen $\tau(r)$, die nach den Lehren der Mechanik gemäss der bekannten Beziehung

$$\tau(r) = \frac{M_t}{J_p} \cdot r \quad 91)$$

linear mit dem Schwerpunktabstand r vom Wert 0 im Querschnittsschwerpunkt bis zum grössten Wert

$$\max \tau = \frac{M_t}{J_p} \cdot R = \frac{M_t}{W_t} \quad 92)$$

am Umfang des Querschnitts ($r = R$) zunehmen. Dabei beträgt das polare Trägheitsmoment der Kreisquerschnittfläche

$$J_p = \frac{\pi}{2} \cdot R^4 = R \cdot W_t$$

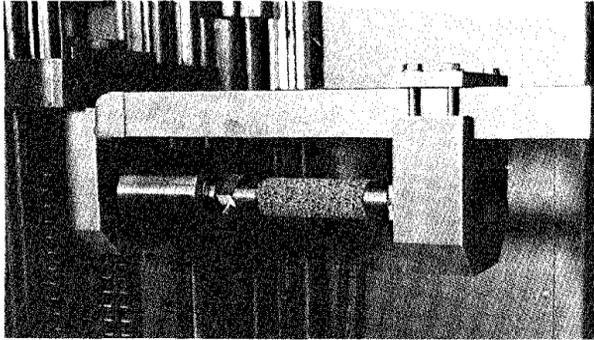


Bild Nr. 53 Versuchsaufbau bei der Bestimmung der Torsionsschubfestigkeit

In der auf Bild Nr. 53 dargestellten Prüfeinrichtung werden die Torsionsmomente M_t über rotationssymmetrische Stahlwiderlager auf die Schaumglaszylinder übertragen. Diese Widerlager wurden vor dem Einbau in die Versuchseinrichtung unter Benutzung einer Lehre an die Endflächen der Schaumglasprüfkörper geklebt.

Während dem Versuch kann ein lineares Ansteigen des Drehmomentes in Abhängigkeit vom Verdrehwinkel bis zum Betrage M_{tB} im Augenblick des plötzlichen Bruches beobachtet werden. Dabei betrug bei jedem Torsionsversuch die Geschwindigkeit der gegenseitigen Verdrehung der Prüfzylinderenden 0.20 Grade pro Minute. Die Randspannungen erreichen im Moment des Versagens des Prüflings die Torsionsschubfestigkeit

$$\tau_B = \frac{M_{tB}}{W_t}$$

mit $W_t = \frac{\pi}{2} \cdot R^3$.

93)

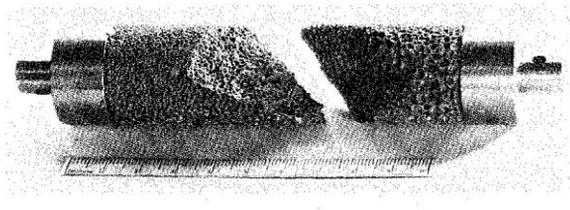


Bild Nr. 54 Das typische Bruchbild beim Torsionsversuch.

Bild Nr. 54 zeigt die sich bei jedem Versuch ohne Voranmeldung plötzlich ausbildende typische Torsionsbruchfläche.

Tabelle Nr. 1 enthält die mit der eben beschriebenen Prüfmethode bestimmten Torsionsschubfestigkeiten des feinzelligen Polyederschaumglases. Aus fünf der in ihr eingetragenen zusammengehörenden Wertepaare aus Dichte und Torsionsschubfestigkeit erhält man die nicht lineare Regression

$$\tau_B = 20.70 \cdot \rho^{3.12} + 0.21 \quad 94),$$

welche die Torsionsschubfestigkeit τ_B (N / mm²) des feinzelligen PolyederSchaumglases mit seiner Dichte ρ (gr / cm³) in Beziehung bringt und deren Graphen im Diagramm auf Bild Nr. 31 eingetragen wurden.

2.3. Die Zugfestigkeiten des Polyederschäumglases

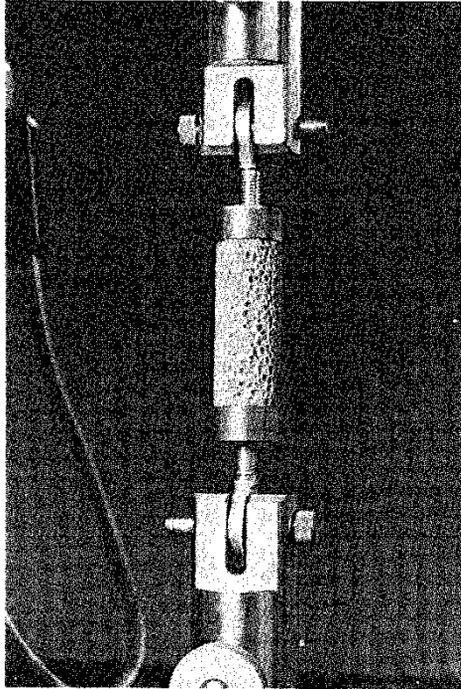


Bild Nr. 55 Aufbau des Zugversuches

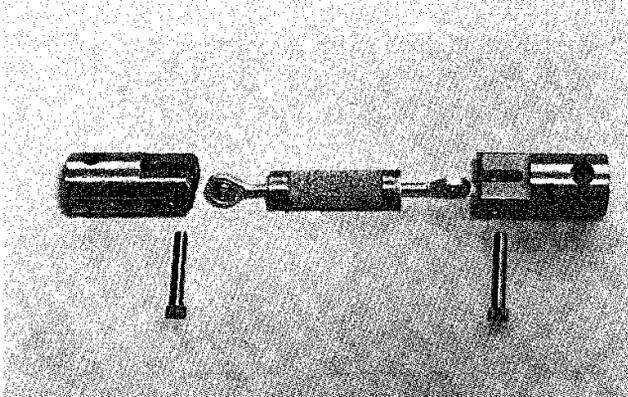


Bild Nr. 56

Die Bilder Nr. 55 und Nr. 56 zeigen die Photographien der Versuchseinrichtung, die für die Prüfung der reinen Zugfestigkeit des Schaumglases im Zugversuch aufgebaut wurde. Auf die beiden Endflächen der Prüfkörper (Standardprüfkörper) wurden mittels Epoxidharz zwei kreiszylindrische Stahlkappen geklebt. Diese ermöglichen ein einwandfreies Einleiten der äusseren achsialen Zugkräfte in die Prüfkörper. Um während dem Versuchsablauf möglichst genaue einachsige Normalspannungszustände zu erreichen, wurden auf die beiden Seiten der Prüfkörper Kugelgelenke angeordnet.

Beim Prüfen kann ein lineares Ansteigen der aufgebrachtten äusseren Zugkraft in Abhängigkeit von der Dehnung ϵ bis zum Betrage N_B im Moment des plötzlichen Bruches beobachtet werden. Dabei betrug bei jedem Zugversuch die Geschwindigkeit der Verlängerung der Prüfzylinderachse 0.12 mm pro Minute. Die Normalspannungen erreichen beim Versagen des Prüflings die Zugfestigkeit

$$\sigma_B = \frac{N_B}{F_0} \quad 95).$$

F_0 bedeutet die Querschnittsfläche des Prüfkörpers.

Wie Bild Nr. 57 zeigt, erfolgt der Bruch i.a. in nächster Nähe einer Klebestelle. Diese Erscheinung kann durch den mehrachsigen Spannungszustand in der näheren Umgebung der Klebefuge erklärt werden.

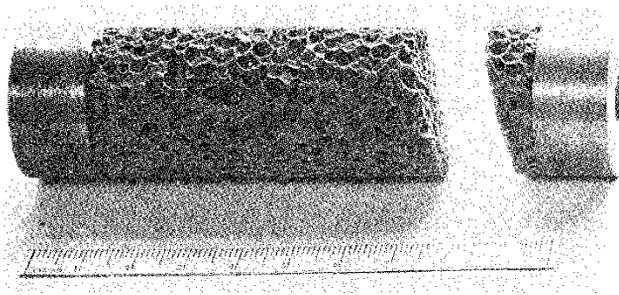


Bild Nr. 57 Das Bruchbild beim Zugversuch

Tabelle Nr. 1 enthält die mit der eben beschriebenen Prüfmethode bestimmten Zugfestigkeiten des feinzelligen Polyederschaumglases. Aus den sieben in ihr eingetragenen zusammengehörenden Wertepaare aus Dichte und Zugfestigkeit erhält man die nicht lineare Regression

$$\sigma_B = 3.53 \cdot \rho^{1.44} + 0.01 \quad 96),$$

welche die Zugfestigkeit σ_B (N/mm²) des feinzelligen Polyederschaumglases mit seiner Dichte ρ (gr/cm³) in Beziehung bringt und deren Graphen im Diagramm auf Bild Nr. 27 eingetragen wurden.

2.4. Die Elastizitätsmoduln des Polyederschaumglases

Da die Zugfestigkeiten σ_B der Polyederschaumgläser bei gleichbleibender Dichte ρ viel kleinere Werte annehmen als die zugehörigen Druckfestigkeiten σ_{dB} , können ihre statischen Elastizitätsmoduln E nur im Druckversuch bestimmt werden.

Die Skizze auf Bild Nr. 58 und Bild Nr. 59 zeigen die Ansicht der von uns entwickelten Prüfeinrichtung.

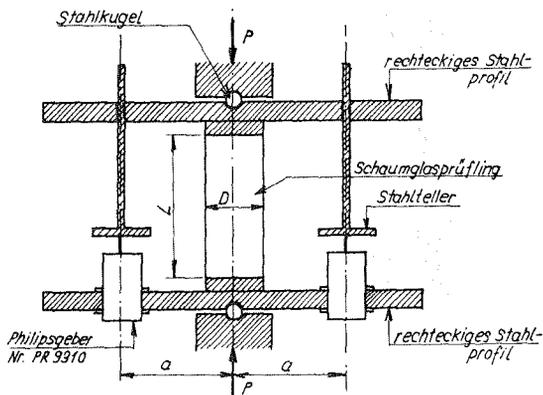


Bild Nr. 58 Aufbau der Messvorrichtung für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls des Schaumglases

Um eine möglichst eindeutige Normalkrafteinleitung in die Schaumglasprüfzylinder zu gewährleisten, wurde die symmetrische Messvorrichtung mittels zweier Kugeln im Druckrahmen der Zwickmaschine aufgelagert.

Symmetrisch zur Vertikalaxe der ganzen Versuchsvorrichtung wurden zwei Induktive Verlagerungsgeber des Typs PR 9310 der Firma Philips befestigt, um die Verkürzung der Prüfkörperaxe durch messen und ausmitteln der Vertikalverschiebungen der beiden links und rechts angeordneten Stahlscheiben in Funktion der Belastung P zu bestimmen.

Die Prüfzylinder weisen alle die bereits früher auf Bild Nr. 49 festgelegten Standardabmessungen auf.

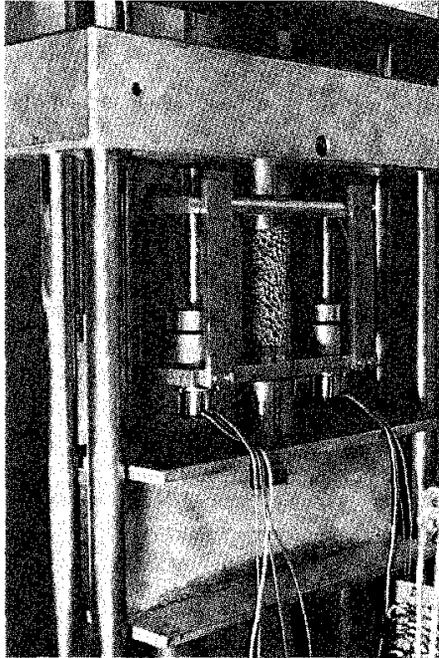


Bild Nr. 59

Bild Nr. 60 zeigt das Blockschema der elektronischen Messeinrichtung, die die Signale der beiden Induktiven Verlagerungsgeber addiert.

Eine Eichung ergab, dass die Einheitslänge 1 cm auf dem x-y-Schreiber in Richtung der Abszisse 3.11μ Verkürzung der Prüfkörperaxe bedeutet und in Richtung der Ordinate 61.50 N Normalkraftaufbringung gleichkommt.

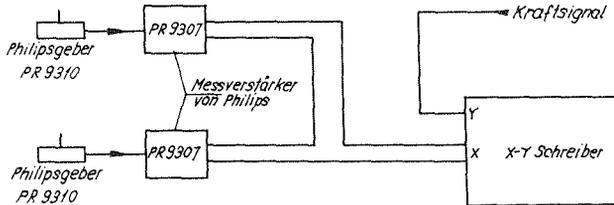
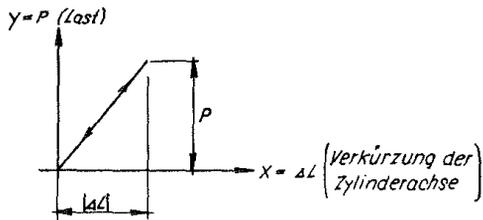


Bild Nr. 60

Vor jeder Elastizitätsmodulmessung wurde mit der Zwickmaschine eine Vorbelastung von 200 N auf den Prüfkörper aufgebracht.

Die Geschwindigkeit der Verkürzung der Prüfzylinderachse betrug immer $\frac{24}{50}$ mm / Min. Während dem Messvorgang trägt der x-y-Schreiber selbsttätig für jeden Lastzyklus den Graphen $P = f(\Delta L)$ auf, der i.a. folgenden schematischen Verlauf zeigt:



Wenn unter L_0 und F_0 die Länge beziehungsweise der Querschnitt des unbelasteten Prüfkörpers aus Schaumglas verstanden wird, betragen im Schaumglas unter der Belastung P die Normalspannungen

$$\sigma = -\frac{P}{F_0} \quad 97)$$

und die dazugehörigen Längsdehnungen

$$\varepsilon_1 = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta L}{l_0} \quad 98).$$

Schlussendlich erhält man per definitionem den Elastizitätsmodul zu

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_1} \quad 99).$$

Für jeden Prüfkörper wurden die Elastizitätsmoduln zweimal bestimmt (beim zweiten Mal wurde der Prüfling um 90° im Uhrzeigersinn um seine Längsachse gedreht) und dann das erhaltene Wertpaar für E ausgemittelt.

Die Tabellen Nr. 1 bis und mit Nr. 3 enthalten die Resultate der nach der soeben beschriebenen Methodik ausgeführten Messungen der Elastizitätsmoduln des feinzeiligen Polyederschaumglases sowie der Schaumglasarten 1 und 2.

Im Diagramm auf Bild Nr. 33 wurden die Punkte eingetragen, deren Koordinaten die gemessenen Werte ρ und E bedeuten.

2.5. Die Querdehnung ν des Polyederschaumglases

Auf Grund seiner niedrigen Zugfestigkeiten können die Querdehnungszahlen des Schaumglases nur im Druckversuch geprüft werden. Deshalb brauchte die für die Messung der Elastizitätsmoduln E benutzte Versuchseinrichtung nur geringfügig abgeändert zu werden. Die Skizze auf Bild Nr. 61 zeigt die Ansicht der Aufbaues.

Die Prüfkörper weisen alle die bereits früher auf Bild Nr. 49 festgelegten Standardabmessungen auf. Auf die Grund- und Deckflächen aller Prüfzylinder wurden mit Hilfe einer Lehre 10 mm dicke Stahlscheiben mittels Epoxidharz geklebt.

Zur Bestimmung der Querdehnungszahl ν des Schaumglases im Druckversuch muss die Verkürzung der Längsachse des Prüfzylinders und die gleichzeitig auftretende Verlängerung seiner Durchmesser in Abhängigkeit von der Belastung P gemessen werden. Darum wurden die beiden Induktiven Verlagerungsgeber symmetrisch zur Zylinderachse angeordnet, und zwar so, dass ihre Achsen auf der Verlängerung eines Durchmessers durch den Prüfkörperschwerpunkt liegen.

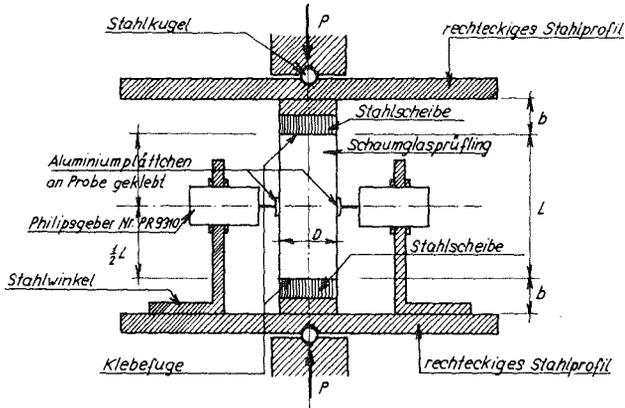


Bild Nr. 61 Aufbau der Messvorrichtung für die Bestimmung der Querdehnung ν des Schaumglases

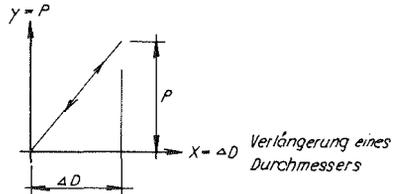
Da nach der Verlängerung ΔD eines durch den Schwerpunkt des Prüfkörpers gehenden Durchmessers gefragt wird, müssen die Signale der beiden Induktiven Verlagerungsgeber addiert werden. Somit konnte die für die Elastizitätsmodulmessung benutzte elektronische Messvorrichtung (siehe Blockschema auf Bild Nr. 60) wiederverwendet werden.

Eine Eichung ergab, dass die Einheitslänge 1 cm auf dem x-y-Schreiber in Richtung der Abszissenachse x 1,22 μ Verlängerung des Prüfzylinderdurchmessers bedeutet und in Richtung der Ordinate y 61,47 N Normalkraftaufbringung gleichkommt.

Vor der eigentlichen Messung wurde jeder Prüfkörper mit einer Kraft von 200 N vorbelastet.

Die Geschwindigkeit der Verkürzung der Prüfzylinderachse betrug immer $\frac{24}{50}$ mm pro Minute.

Während dem Messvorgang trägt der x-y-Schreiber selbsttätig für jeden Lastzyklus den Graphen $P = f(\Delta D)$ auf, der i.a. folgenden schematischen Verlauf zeigt:



Wenn unter D_0 und F_0 der Durchmesser beziehungsweise der Querschnitt der unbelasteten Schaumglasprobe verstanden wird, betragen im Schaumglas unter der Last P die Normalspannungen

$$\sigma = - \frac{P}{F_0} \quad 100)$$

und die dazugehörigen Querdehnungen

$$\varepsilon_q = \frac{D - D_0}{D_0} = \frac{\Delta D}{D_0} \quad 101).$$

Mit dieser Messeinrichtung kann aber die gleichzeitige Längsdehnung ε_l der Prüfzylinderachse nicht gemessen werden. Deshalb wurden die für die Elastizitätsmodulmessung benutzten Prüfkörper wiederverwendet, um die zu P und $\varepsilon_q = \varepsilon_q(P)$ gehörenden Längsdehnung ε_l der Prüfkörperachse mit Hilfe des gemessenen E-Moduls aus der Beziehung

$$\varepsilon_l = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{E \cdot F_0} \quad 102)$$

rechnerisch zu erhalten.

Schlussendlich erhält man per definitionem die Querdehnungszahl des Schaumglases zu

$$\nu = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_l} \quad 103).$$

Die Tabellen Nr. 1 bis und mit Nr. 3 enthalten die Resultate der nach der

soeben beschriebenen Methodik ausgeführten Messungen der Querdehnungszahlen ν des feinzelligen Schaumglases sowie der Schaumglasarten 1 und 2. Im Diagramm auf Bild Nr. 34 wurden die Punkte eingetragen, deren Koordinaten die gemessenen Werte ρ und ν bedeuten.

3. Weitere Einflüsse auf die Bruchfestigkeiten des Schaumglases

Die Bruchfestigkeiten des Schaumglases werden durch die Eigenschaften seiner Ausgangsstoffe (i.a. Glas und Blähmittel) sowie die chemisch-physikalischen Vorgänge während dem Herstellungsverfahren massgebend beeinflusst. Folgende wichtige Parameter sollen in diesem Zusammenhang beachtet werden:

- 1) die chemische Beschaffenheit des Rohmaterials Glas;
- 2) die Art des Blähmittels;
- 3) die gewichtsmässige Zusammensetzung der Ausgangsmischung aus Glaspulver, Blähstoff und eventuell eines Zusatzes;
- 4) die Menge des chemisch nicht reagierten Blähmittels in den Zellwandfolien;
- 5) die spezifische Oberfläche, Homogenität und Kornverteilungskurve der Ausgangsmischung; und
- 6) die Führung der Temperaturganglinie während dem Herstellungsprozess.

Bleibende Eigenspannungen, die beim Abkühlungsvorgang des Schaumglases entstehen (Annealing-Prozess) fördern den Spröbruch und schwächen seine Endfestigkeiten. Daher soll dem Einfluss des Annealprozesses auf die Bruchfestigkeiten des Schaumglases höchste Aufmerksamkeit geschenkt werden. Bei der Erzeugung des in dieser Arbeit geprüften Schaumglases wurde der Abkühlungsvorgang so gesteuert, dass die Eigenspannungen infolge Annealing vernachlässigt werden konnten.

In Abschnitt Nr. 1.3.1 des Kapitels A wurde am Beispiel einer Kugelschaumglasprobe aus gesintertem farbigem Altglaspulver gezeigt, dass im Grundmaterial des Schaumglases Spuren von Cristobalit vorhanden sein können. Es handelt sich dabei um α - Cristobalit, das bei der Abkühlung des Schaumglases

im Umwandlungsbereich von 220°C bis 280°C aus β - Cristobalit entsteht. Da diese Kristallstrukturumwandlung gleichzeitig mit einer grossen Volumen abnahme verbunden ist, entstehen dabei Schrumpfspannungen, die eine ungünstige Beeinflussung der Bruchfestigkeiten des Schaumglases bewirken würden. Darum wurde der Abkühlungsprozess der von uns hergestellten Schaumglasproben so gesteuert, dass eine Cristobalitbildung mit ihrem schädlichen Einfluss auf die Bruchfestigkeiten des Endproduktes praktisch ausser acht gelassen werden konnte.

Bezüglich des Einflusses der Mikrostruktur des Schaumglases auf sein mechanisches Verhalten wurde in der vorliegenden Schrift genügend ausführlich berichtet. Es bleibt daher nur noch ergänzt zu werden, dass eine Beeinflussung der statischen Eigenschaften des Polyederschaumglases durch den Gehalt an offenen Zellen mit Sicherheit vernachlässigt werden darf.

Die Abhängigkeit der Bruch- und elastischen Verhaltensweise eines Körpers aus Polyederschaumglas von seiner Gestalt kann am Beispiel des Prüfzylinders (siehe Bild Nr. 49) durch das Verhältnis $\frac{\bar{L}_3}{L}$ so ausgedrückt werden. Bei grossem \bar{L}_3/L treten an den Stellen, wo die Zellwandfolien des Polyederschaumglases die Prüfzylinderoberfläche berühren, starke Randeffekte auf, wohingegen diese im umgekehrten Falle (\bar{L}_3/L klein) vernachlässigt werden können.

Wie bereits erwähnt, wurden bei den Druckversuchen die Prüflinge in der Prüfmaschine mittels Gummipplatten gelagert. Diese Auflagerung verursacht in den Endbereichen der Prüfkörper einen günstigen räumlichen Druckspannungszustand. Es könnte noch zutreffen, dass ceteris paribus eine abnehmende mittlere Abschnittslänge \bar{L}_3 die Bruchfestigkeiten des Polyederschaumglases erhöht.

Die bisherigen Ausführungen zeigen, warum bei der Herstellung der in der Einführung zu dieser Dissertation erwähnten drei Schaumglastypen (feinzelliges Schaumglas, Schaumglasart 1, Schaumglasart 2) streng darauf geachtet wurde, dass innerhalb eines Typs (z.B. Schaumglasart 1) jeweils nur ein Herstellungsparameter geändert werden durfte, um verschiedene Dichten ρ zu erreichen.

C Verknüpfung der gewonnenen theoretischen und empirischen Erkenntnisse

1. Vergleich der beobachteten mechanischen Eigenschaften des Polyederschäumglases mit denjenigen des Modellschäumglases "TOP"¹⁾

Im Diagramm auf Bild Nr. 62 wurden die Graphen der mit dem Modell "TOP" vorausgesagten Druckfestigkeiten $\sigma_{dB}(\rho, n^* = 0)$ eingetragen. Das gleiche Schaubild zeigt auch die Punkte, deren Ordinaten den Masszahlen der an Prüfkörpern des feinzelligen Schäumglases sowie der Schäumglasart 1 und 2 experimentell ermittelten Druckfestigkeiten σ_{dB} entsprechen. Die Übereinstimmung der mit dem Modell "TOP" prognostizierten Festigkeitswerte σ_{dB} und den entsprechenden an den Prüfkörpern beobachteten Messwerte erstaunt! Diese Konkordanz der aus Theorie und Versuch ermittelten Druckfestigkeiten trifft insbesondere dann genau zu (z.B. beim feinzelligen Schäumglas), wenn am Modell "TOP" nur die Membranspannungen berücksichtigt werden.

Bild Nr. 27 zeigt den Vergleich der experimentell ermittelten Zugfestigkeiten σ_B des feinzelligen Polyederschäumglases mit denjenigen, die am Modell "TOP" vorausgesagt wurden. Die im Schaubild eingetragenen Messpunkte liegen mit einer Ausnahme unterhalb der theoretischen Kurven für die Zugfestigkeiten σ_B . Sie weisen auch eine grosse Streuung auf. Diese Erscheinung rührt davon her, dass die verwendeten Versuchsmethoden die wirklichen Zugfestigkeiten unterschätzen und teilweise auch als unzulänglich bewertet werden müssen.

Im Diagramm auf Bild Nr. 33 wurden die empirisch bestimmten Messpunkte (ρ, E_v) eingetragen. Jeder von ihnen liegt ziemlich genau auf dem Graphen $E_v(\rho, n^*)$, der dem ihm entsprechenden Parameter $n^* = n^*(\rho)$ zugeordnet ist¹⁾.

Die Abweichungen zwischen den Voraussagen des Modells "TOP" bezüglich den mechanischen Verhaltensweisen und den entsprechenden Beobachtungen an wirklichen Polyederschäumglasproben scheinen im Wesentlichen von der Führung des Herstellungsprozesses herzuführen, der die Mikrostruktur (Morphologie

¹⁾ Bei den Proben der Schäumglasarten 1 und 2 liegt n^* im Bereiche zwischen 15 und 42 %.

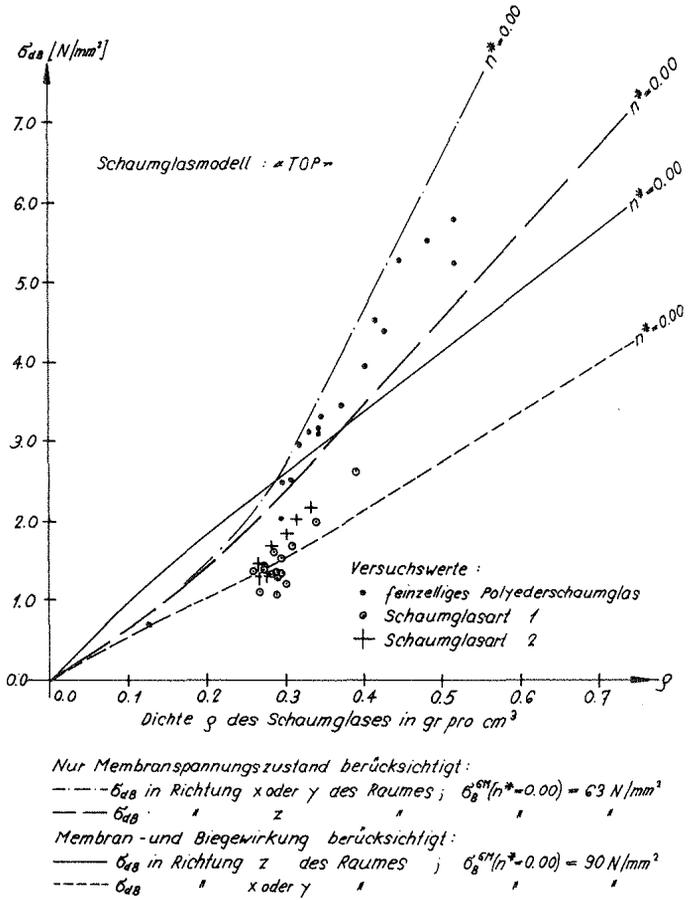


Bild Nr. 62 Die Druckfestigkeiten des Polyederschäumglases in Theorie und Versuch

und Stereologie) des Schaumglases sowie die mechanischen Eigenschaften seines Glasgrundmaterials ($\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$) wesentlich beeinflusst. Die Uebereinstimmung zwischen Modell und Wirklichkeit befriedigt besonders bei Schaumglastypen, die bei verhältnismässig niedrigen Temperaturen geschäumt wurden (feinzeiliges Polyederschaumglas oder Schaumglasart 2). Die Kantenlängen a ¹⁾ der Elementarpolyeder der Zellwerke der Modellpolyederschaumgläser "TOP" und "BETA" beeinflussen aus theoretischen Gründen ihre mechanischen Verhaltensweisen nicht. Dies wird auch durch die eindeutigen Regressionen zwischen der Dichte ρ und der mittleren Abschnittslänge \bar{L}_3 der Elementarpolyeder der Zellwerke aller drei Schaumglastypen (feinzeiliges Polyederschaumglas, Schaumglasarten 1 und 2) bestätigt (siehe Diagramm Nr. 8).

2. Folgen der befriedigenden Uebereinstimmung der aus Theorie und Versuch ermittelten mechanischen Verhaltensweisen

Auf Grund des Modells "TOP" und den Ausführungen in den Abschnitten Nr. 2 in Kapitel A und Nr. 1 in Kapitel C kann angenommen werden, dass die Bruchfestigkeiten σ_{dB} , σ_B und τ_B des Polyederschaumglases im Wesentlichen von den Parametern ρ und $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ beeinflusst werden, während seine Elastizitätsmoduln E entscheidend von der Dichte ρ und dem Porenanteil n^* der Zellwandfolien alleine abhängen. Diese Parameter ρ , n^* und $\sigma_B^{GM}(n^* = 0)$ und somit die mechanischen Eigenschaften des spröden Polyederschaumglases werden massgebend von seinem Blähvorgang beeinflusst. Aus diesen Gründen kann die Mannigfaltigkeit der unzähligen Schaumglastypen verstanden werden. Die Aufgabe, nach optimalen Schaumglasmikrostrukturen zu suchen, bedeutet nach Abschnitt Nr. 1.4. des Kapitels B Polyederschaumglasmorphologien zu finden, bei denen der Bruchbeginn an Orten stattfindet, wo nur Membranspannungszustände auftreten. Dies entspricht dem Erfordernis unbedeutender Nebenspannungen aus Biegewirkung in den Zellwandfolien des Polyederschaumglases. Um gleichzeitig möglichst hohe nutzbare Bruchfestigkeiten σ_{dB}, σ_B

¹⁾ Die Mittlere Abschnittslänge der Elementarpolyeder des Modellschaumglases "TOP" beträgt $\bar{L}_3 = 1.69 \cdot a$.

und τ_B zu erreichen, soll der Abkühlungsprozess so gesteuert werden, dass die Bildung von Cristobalithphasen möglichst verhindert wird und die bleibenden Eigenspannungen in den Schaumglaskörpern minimal gehalten werden können (Annealing). Die in dieser Abhandlung behandelte Methode, die mit Hilfe der Gesetze der Baustatik die "makroskopischen" statischen Eigenschaften des Polyederschaumglases auf Grund einer idealisierten "Mikrostruktur" befriedigend voraussagen vermag, kann sicher auch auf andere Gebiete der Materialtechnologie angewendet werden.

TABELLEN

Messungen am feinzelligen Schaumglas

Prüfplatt #	Dichte ρ g/cm ³	Porenanteil n %	Porenanteil Wandfal n^* %	Mittlere Abschnittlänge L_3 mm	Druckfestigkeit σ_{Dr} N/mm ²	Zugfestigkeit σ_{Zu} N/mm ²	Torsionsbruchfestigkeit σ_{Tb} N/mm ²	Elastizitätsmodul E N/mm ²	Querdehnungszahl ν -
1.1	0.454	81.63			5.920				
1.2	0.448	81.86			5.268				
1.3	0.427	81.75			4.385				
2.1	0.666	79.10			8.339				
2.2	0.638	74.22			7.099				
3.1	0.344	86.90			3.195				
3.2	0.392	86.60			3.116				
7.1	0.564	77.20			2.354				
7.2	0.548	77.84			2.453				
7.3	0.560	77.36			2.539				
8.1	0.296	88.06			2.386				
8.2	0.308	87.57			2.462				
8.3	0.301	87.83			2.458				
9.1	0.320	87.07			2.348				
9.2	0.308	87.54			2.502				
9.3	0.299	87.91			2.477				
9.4	0.320	87.07			2.453				
9.5	0.298	87.97			2.017				
9.6	0.324	86.99			2.825				
10.1	0.372	84.37		0.58	3.443				
10.2	0.383	84.37		0.58			1.660		
10.4	0.418	89.08		0.58	4.513				
11.1	0.483	80.45			5.516				
11.2	0.518	79.05			5.293				
11.3	0.517	79.10			5.788				
11.4	0.518	79.05			4.997				
13.1	0.296	88.04			2.011				
13.2	0.300	87.87				0.390			
14.1	0.392	84.16					3.188		
14.2	0.402	83.96			3.993				
14.3	0.437	82.34				1.305			
14.4	0.472	80.37				1.148			
14.5	0.451	81.80				1.218			
16.1	0.456	81.60				0.877			
17.1	0.375	84.84				1.223			
17.11	0.369	85.37				1.640			
17.12	0.369	85.08				1.164			

Messungen am feinzelligen Schaumglas

Prüf-Nr.	Dichte ρ g/cm ³	Porenanteil n %	Porenanteil Vandafol. n^* %	Mittlere Abschnitts- länge L_2 mm	Druck- festigkeit σ_B N/mm ²	Zug- festigkeit σ_T N/mm ²	Torsions- schubfest. σ_S N/mm ²	Elastizitätsmod. E N/mm ²	Quer- dehnungs- zahl ν -
17.2	0.350	85.87				0.458			
17.3	0.372	84.38				0.412			
17.2.1	0.368	85.16				0.893			
17.2.2	0.374	84.88				1.310			
17.4	0.347	85.37			3.306				
17.5	0.344	86.10			3.105				
18.1	0.306	87.63			1.754				
18.2	0.300	87.88			1.736				
18.3	0.354	86.63			1.705				
18.4	0.310	87.47			1.833				
18.5	0.328	86.74			1.884				
18.6	0.333	86.30			2.125				
20.1	0.317	87.22			2.266				
20.2	0.301	87.87			1.533				
20.3	0.306	87.65			1.407				
20.4	0.302	87.77			1.724				
21.1	0.363	85.35		1.06				3247	
22.1	0.286	88.43		1.05	1.828				
22.2	0.292	88.20		1.05	1.570				
22.3	0.288	88.37		1.05	1.808				
24.3	0.304	87.73			1.685				
24.4	0.323	86.72					0.306		
25.1	0.487	80.37		0.46				4023	0.20
25.2	0.483	80.45		0.43			2.178		
25.3	0.456	81.60		0.43			2.123		
25.4	0.443	82.07		0.43		1.283			
26.1	0.265	83.28			0.315				
26.3	0.235	88.12			1.136				
26.4	0.317	87.20			1.158				
27.1	0.383	84.28						3381	
27.2	0.383	84.28				1.532			
28.1	0.351	85.80					0.620		
28.2	0.342	86.20				1.103			
29.1	0.874	64.66			2.870				
26.8	0.232	88.13						2062	0.22
38.1	0.223	86.34						2386	0.26
32.2	0.345	86.05						2708	0.13

Tabelle Nr. 2

Messungen an der Schaumglasart 1

Prüfnummer	Dichte ρ g/cm ³	Poren- anteil n %	Poren- anteil Kanzel n_1 %	Mittlere Abschnitts- länge l_2 mm	Druck- festigkeit σ_{Dr} N/mm ²	Zug- festigkeit σ_{Z} N/mm ²	Torsions- schubfest. τ_{T} N/mm ²	Elastizi- tätsprodu- kt E N/mm ²	Quer- dehnungs- zahl ν -
88.1	0.341	86.24	26.96	2.04	1.377				
88.2	0.390	84.26	23.41	1.96	2.601				
88.3	0.334	84.09		1.75				3002	
88.4	0.380	84.63		1.89				2660	
88.5	0.392	84.18		1.96		0.139			
89.1	0.257	89.69		3.10				1711	
89.2	0.295	88.09		3.10				9007	
89.4	0.273	88.98	33.50	2.85	1.371				
89.5	0.274	88.31	21.46	2.81	1.428				
89.6	0.260	89.49	26.42	3.06	1.353				
90.1	0.282	88.62		3.53				1439	
90.2	0.256	89.54		3.85				1209	
90.4	0.266	83.26	35.03	3.71	1.039				
90.5	0.201	87.84	32.07	3.30	1.139				
91.1	0.266	89.26		3.71			0.491		
91.2	0.287	88.42		3.59				1853	
91.4	0.291	88.24	35.22	3.30	1.300				
91.5	0.273	88.37						1444	
91.7	0.289	88.28	34.20	3.15	1.345				
91.9	0.290	88.30	34.76	3.71	1.065				
92.2	0.292	88.20		3.10				2064	
92.6	0.277	88.81	39.72	3.15	1.396				
92.7	0.283	88.31		2.97				1751	
92.8	0.282	88.60		3.25		0.172			
92.10	0.284	88.59		3.47			0.554		
92.11	0.293	88.18		3.10		0.546			
92.12	0.289	88.55	40.00	3.35	1.330				
92.13	0.293	88.17	37.75	3.20	1.530				
94.4	0.285	88.63	41.13	2.77	1.644				
94.6	0.296	88.04	40.03	3.53	1.344				
94.7	0.202	87.78		2.67				1587	
94.8	0.298	87.96		2.89			0.405		
94.9	0.290	88.29		3.35		0.675			
94.10	0.201	87.84		2.17				1626	
94.11	0.224	86.89		2.12		0.286			
94.12	0.207	87.61	30.13	2.85	1.677				

Tabelle Nr. 3

Messungen an der Schaumglasart 2

Prüfprobe-Nr.	Dichte ρ g/cm ³	Porenanteil n %	Porenanteil Wagners n_w %	Mittlere Abschnitthöhe \bar{h} mm	Druckfestigkeit $\sigma_{0.05}$ N/mm ²	Zugfestigkeit σ_z N/mm ²	Torsions Schubfestigkeit τ N/mm ²	Elastizitätsmodul E N/mm ²	Querdehnungszahl μ -
35.1	0.414	83.28		1.11					
35.2	0.443	82.03		1.07					
35.3	0.411	83.33		1.03				2832	
35.4	0.422	82.35		1.03				2686	0.18
36.1	0.374	86.30		2.21				1373	0.18
36.2	0.323	86.72		2.08		0.221			
36.3	0.322	86.38		1.81				1935	0.16
36.4	0.334	86.53	24.63	1.31	2.165				
36.5	0.315	87.27	25.82	2.26	2.005				
38.1	0.303	87.75	23.02	2.17	1.838				
38.5	0.277	88.80	22.72	2.34	1.310				
38.7	0.286	88.46		2.13				1854	0.17
38.8	0.193	88.17		2.48				1933	0.19
38.10	0.283	88.31		2.10		0.701			
38.12	0.284	88.51	13.25	2.31	1.671				
38.13	0.234	88.11		2.42			0.540		
38.1	0.266	83.27	15.73	2.57	1.458				
39.3	0.268	83.16	15.75	2.36	1.300				
39.5	0.173	88.73		2.70				1756	0.17

S Y M B O L V E R Z E I C H N I S

a	(mm)	Halbe Länge des Griffith-Risses
a	(mm)	Kantenlänge der Grundpolyeder des Modellschaumglases "TOP"
a	(mm)	Länge zur Beschreibung der Grundpolyeder der Modellschaumgläser "BETA" und "ORTHO"
c_{ij}	(N / mm ²)	Element der Matrix der Elastizitätsmoduln
$[C_{ij}]$		Matrix der Elastizitätsmoduln
d	(N / mm)	Linienlast
D	(mmN)	Plattensteifigkeit der Zellwandfolien der Modellschaumgläser
D	(mm)	Durchmesser eines Prüfzylinders
e_{ij}	(-)	Ableitung der Verschiebung u_i nach der Koordinate x_j
E	(N / mm ²)	Elastizitätsmodul
$E(n^*)$	(N / mm ²)	Elastizitätsmodul des Kugelschaumglases mit dem Porenanteil n^*
E_v	(N / mm ²)	Elastizitätsmodul des Polyederschaumglases nach Voigt
$E^{(2)}$	(N / mm ²)	$=: \frac{\sigma_3}{\epsilon_3}$
$F(\xi, \eta)$	(N)	Spannungsfunktion nach Airy $F(\xi, \eta)$
F	(mm ²)	Querschnittsfläche eines fiktiven Randträgers einer Materiellen Subeinheit des Modellschaumglases
F_0	(mm ²)	Querschnittsfläche eines Prüfkörpers
g	(mm / sec ²)	Erdbeschleunigung
$G(n^*)$	(N / mm ²)	Schubmodul des Kugelschaumglases mit dem Porenanteil n^*
G	(N / mm ²)	Schubmodul
h	(N / mm)	Linienlast
J_ξ	(mm ⁴)	auf die ξ -Achse des Querschnittes des fiktiven Randträgers bezogenes Flächenträgheitsmoment
J_η	(mm ⁴)	Auf die η -Achse des Querschnittes des fiktiven Randträgers bezogenes Flächenträgheitsmoment
J_p	(mm ⁴)	polares Trägheitsmoment des fiktiven Randträgers
k	(-)	Formzahl der Kugelpore im elastischen Medium
k	(-)	Verhältnis
K	(mm ⁻¹)	Mittlere Krümmung eines Zellwandfilmes des Polyederschaumes

L	(mm)	Länge eines Prüfzylinders
\bar{L}_3	(mm)	Mittlere Abschnittslänge der raumerfüllenden Elementarpolyeder des Polyederschäumglases auf einer Testlinie
m_ξ	(N)	Auf die Einheit der Schnittlänge der ebenen Zellwandfolie bezogenes Biegemoment
m_η	(N)	Auf die Einheit der Schnittlänge der ebenen Zellwandfolie bezogenes Biegemoment
$m_{\xi\eta}$	(N)	Auf die Einheit der Schnittlänge der ebenen Zellwandfolie bezogenes Drillmoment
M_t	(mmN)	Torsionsmoment
M_{tB}	(mmN)	Torsionsmoment beim Bruch
n	(-)	Porenanteil eines Schaumglaskörpers
n^*	(-)	Porenanteil des Kugelschaumglases
n^*	(-)	Porenanteil der Zellwandfolien des Polyederschäumglases alleine
n_z	(-)	Verhältnis zwischen den in den Polyederblasen einer Polyederschäumglasprobe eingeschlossenen Gasvolumina und dem Probenvolumen
n_ξ	(N / mm)	Auf die Einheit der Schnittlänge der ebenen Zellwandfolie bezogene Normalkraft
n_η	(N / mm)	Auf die Einheit der Schnittlänge der ebenen Zellwandfolie bezogene Normalkraft
N_B	(N)	Außere Zugkraft beim Bruch
N_L	(mm ⁻¹)	Anzahl Abschnitte der Grundpolyeder des Polyederschäumglases pro Einheitslänge der Testlinie in einer Schnittebene
p	(N / mm ²)	Innendruck der Zellblasen eines Schaumes
$\rho(\xi, \eta)$	(N / mm ²)	Flächenbelastung normal zur $\xi \eta$ -Ebene wirkend
$p^{(x)}$	(N / mm)	Linienlast in Richtung x des Raumes wirkend
$p^{(y)}$	(N / mm)	Linienlast in Richtung y des Raumes wirkend
$p^{(z)}$	(N / mm)	Linienlast in Richtung z des Raumes wirkend
P	(N)	Kraft, Last
q_ξ	(N / mm)	Auf die Einheit der Schnittlänge der ebenen Zellwandfolie bezogene Querkraft
r	(mm)	Radius des Plateaurandes

\vec{r}_a		Fahrstrahl
\vec{r}'		Fahrstrahl
\vec{r}''		Fahrstrahl
R_1	(mm)	Krümmungsradius eines Zellwandfilmes
R_2	(mm)	Krümmungsradius eines Zellwandfilmes
$\Delta \vec{s}$		Verschiebungsvektor
S_V	(mm ⁻¹)	Die auf die Volumeneinheit bezogene Mittelfläche der Wandfolien des Polyederschäumglases
t	(mm)	Stärke der ebenflächig angenommenen Zellwandfolien des Polyederschäumglases
T_s	(°C)	Schäumtemperatur des Schäumglases
u	(mm)	Verschiebung in Richtung ξ des Koordinatensystem ξ, η, ζ
u_1	(mm)	Verschiebung
v	(mm)	Verschiebung in Richtung η des Koordinatensystems ξ, η, ζ
w	(mm)	Verschiebung in Richtung ζ des Koordinatensystems ξ, η, ζ
\vec{w}_f		Verschiebungsvektor im Koordinatensystem ξ, η, ζ
$w(\xi, \eta)$	(mm)	Durchbiegung normal zur $\xi \eta$ -Ebene
W_t	(mm ³)	Torsionswiderstandsmoment
x	(mm)	Koordinate
X_i	(N)	Kraft
y	(mm)	Koordinate
z	(mm)	Koordinate
α	(N / mm)	Oberflächenspannung des Flüssigkeitsfilmes eines Schaumes
γ_0	(N / mm)	Spezifische Oberflächenenergie
$\gamma_{\xi\eta}$	(-)	Winkeländerung
δ_1	(mm)	Stärke der Zellwandfolie in ihrer Mitte
δ_2	(mm)	Stärke der Zellwandfolie an ihrem Rand
Δ	(mm ⁻²)	Laplace - Operator $\left(=: \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right)$
ε	(-)	Verhältnis
ε_i	(-)	Verzerrung
ε_{ij}	(-)	Verzerrung
$\vec{\varepsilon}$		Verzerrungsvektor

ε_q	(-)	Gemessene Querdehnung des Prüfzylinders aus Schaumglas
ε_1	(-)	Gemessene Längsdehnung des Prüfzylinders aus Schaumglas
ζ	(mm)	Koordinate
η	(mm)	Koordinate
λ	(-)	Schlankheitsgrad
λ	(W/m · °C)	Wärmeleitfähigkeit des Schaumglases
λ_D	(mg / m · h · Pa)	Dampffähigkeit des Schaumglases
λ_{dB}	(mm)	Spezifische Druckfestigkeit des Schaumglases
ν	(-)	Querdehnungszahl
$\nu(n^*)$	(-)	Querdehnungszahl des Kugelschaumglases mit dem Porenanteil n^*
ν_V	(-)	Querdehnungszahl nach Voigt
$\nu^{(z,x)}$	(-)	$=: -\frac{\varepsilon^{(x)}}{\varepsilon^{(z)}}$
$\nu^{(z,y)}$	(-)	$=: -\frac{\varepsilon^{(y)}}{\varepsilon^{(z)}}$
ζ	(mm)	Koordinate
ρ	(gr / cm ³)	Dichte des Schaumglases
ρ_{Glas}	(gr / cm ³)	Dichte des den Schaumglaskörper aufbauenden Vollglases
ρ^*	(gr / cm ³)	Dichte der Zellwandfolien aus Kugelschaumglas
σ	(N/mm ²)	Spannung
σ_c	(N/mm ²)	Kritische Spannung nach Griffith
$\sigma^{(x)}$	(N/mm ²)	Aeussere Flächenbelastung in Richtung x des Raumes
$\sigma^{(y)}$	(N/mm ²)	Aeussere Flächenbelastung in Richtung y des Raumes
$\sigma^{(z)}$	(N/mm ²)	Aeussere Flächenbelastung in Richtung z des Raumes
$\sigma_B^{GM}(n^*)$	(N/mm ²)	Zugfestigkeit des Grundmaterials des Kugelschaumglases
$\sigma_B(n^*)$	(N/mm ²)	Zugfestigkeit des Kugelschaumglases mit dem Porenanteil n^*
σ_B	(N/mm ²)	Zugfestigkeit
σ_B	(N/mm ²)	Gemessene Zugfestigkeit des Schaumglases
$\sigma_B^{(x)}$	(N/mm ²)	Zugfestigkeit in Richtung x des Raumes
$\sigma_B^{(y)}$	(N/mm ²)	Zugfestigkeit in Richtung y des Raumes
$\sigma_B^{(z)}$	(N/mm ²)	Zugfestigkeit in Richtung z des Raumes
σ_{dB}	(N/mm ²)	Druckfestigkeit
σ_{dB}	(N/mm ²)	Gemessene Druckfestigkeit
$\sigma_{dB}^{(x)}$	(N/mm ²)	Druckfestigkeit in Richtung x des Raumes

$\sigma_{dB}^{(y)}$	(N/mm ²)	Druckfestigkeit in Richtung y des Raumes
$\sigma_{dB}^{(z)}$	(N/mm ²)	Druckfestigkeit in Richtung z des Raumes
σ_{ξ}	(N/mm ²)	Normalspannung (Membranwirkung)
σ_{η}	(N/mm ²)	Normalspannung (Membranwirkung)
σ_{ij}	(N/mm ²)	Spannung
σ_i	(N/mm ²)	Spannung
$\vec{\sigma}$		Spannungsvektor
$\tau_{\xi\eta}$	(N/mm ²)	Schubspannung (Membranwirkung)
τ_B	(N/mm ²)	Schubfestigkeit
τ_B	(N/mm ²)	Gemessene Torsionsschubfestigkeit
$\tau_B^{(1)}$	(N/mm ²)	Schubfestigkeit in Bezug auf die normalspannungsfreien Ebenen E($\varphi = 45^\circ$) beziehungsweise E($\varphi = 135^\circ$)
$\tau_B^{(2)}$	(N/mm ²)	Schubfestigkeit in Bezug auf die normalspannungsfreien Ebenen E($\varphi = 45^\circ$) beziehungsweise E($\varphi = 135^\circ$)
ω	(-)	Verhältnis $\frac{nz}{n}$
ω_t	°C ⁻¹	linearer Wärmeausdehnungskoeffizient
$\vec{\Omega}$		Verdrehungsvektor

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- (1): E. MANEGOLD: "Schaum"
Strassenbau, Chemie und Technik, Verlagsgesellschaft m.b.H.,
Heidelberg 1953.
- (2): W. von GOETHE: "Metamorphose der Pflanzen", 1790.
- (3): Sir William THOMSON (Kelvin): "On the Division of Space with Minimum
Partitional Area".
Philosophical Magazine, 1887.
- (9): R.E. WILLIAMS: "Space-Filling Polyhedron: Its Relation to Aggregates of Soap
Bubbles, Plant Cells, and Metal Crystallites".
Science, July 19, 1968.
- (5): Ervin E. UNDERWOOD: "Quantitative Stereology".
Addison-Wesley Publishing Company, 1969.
- (6): A.A. GRIFFITH: "The Phenomena of Rupture and Flaw in Solids".
Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1920.
- (7): H.G. HAHN: "Bruchmechanik".
LAMM, Band 30, Teubner, 1976.
- (8): Adolf SMEKAL: "Die Festigkeitseigenschaften spröder Körper".
Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, 1936.
- (9): D.P.H. HASSELMANN und R.M. FULRATH: "Mechanical Properties of
Continuous Matrix, Dispersed Phase Ceramic Systems".
Proceeding of third international material Symposium, 1966.
- (10): V. SATAVA: "Pore structure and properties of materials".
Proceeding of the international Symposium RILEM/IUPAC, 1973.
- (11): W. KLEBER: "Einführung in die Kristallographie".
VEB Verlag Technik, Berlin, 1965.
- (12): K. GIRKMANN: "Flächentragwerke".
Springer-Verlag, Wien, 1959.
- (13): J.F. NYE: "Physical Properties of Crystals".
Oxford, 1957.
- (14): R. HILL: "The Elastic Behavior of a Crystalline Aggregate".
The Proceeding of the Physical Society, Vol. 65, Section A, 1952.
- (15): Symposium on the Fracture Mechanics of ceramics, held at the Pennsylvania State
University, 1973.

Z U S A M M E N F A S S U N G

Diese Abhandlung entstand im Rahmen eines Forschungsprojektes, das zum Ziele hatte, tragfähige Schaumglasziegel von hohem Wärmedämmungsvermögen aus Altglas zu gewinnen. Es wurde ein Verfahren gefunden, das gestattet, Schaumglas aus einer Mischung von zerpulvertem Altglas und einem Blähstoff bei hoher Temperatur zu schäumen. Je nach Führung des Blähprozesses entstanden dabei verschiedene Schaumglaslastypen.

Anhand von Dünnschliffen und volumetrischen Messungen wurde die Mikrostruktur dieser Schaumgläser untersucht. Morphologisch kann zwischen Kugelschaumglas und Polyederschaumglas unterschieden werden! Insbesondere verdienen die gefundenen Zusammenhänge (Regressionen) zwischen Dichte (ρ) und Porengröße (\bar{L}_3) sowie zwischen Dichte und innerer Gasverteilung (n, n') beim Polyederschaumglas Erwähnung.

Trotz dem Formenreichtum der Polyederzellblasen gelang es, ein Modell zu finden, das die innere Tragstruktur des Polyederschaumglases zufriedenstellend beschreibt. Dieses Modell steht angenähernd im Einklang mit den Prinzipien von J. Plateau für Flüssigkeitsschäume.

Am so gefundenen Modellschaumglas (TOP) wurde mittels numerischer Spannungsanalysen ein Zusammenhang zwischen seinen äusseren Belastungen und den Spannungszuständen auf seinen Polyederblasenoberflächen gefunden.

Auf Grund der soeben erwähnten Relation konnten mittels einer Bruchhypothese (Oberflächenhypothese) die mechanischen Eigenschaften des Polyederschaumglases in Abhängigkeit von seiner Dichte befriedigend vorausgesagt werden.

Die so gefundenen Bruchfestigkeiten ($\sigma_{dB}, \sigma_B, \tau_B$) sowie elastischen Eigenschaften (E, ν) wurden mit den an Schaumglasprüfkörpern gemessenen Werten verglichen. Es zeigte sich dabei eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen den theoretisch vorausgesagten und an wirklichen Prüflingen gemessenen Werten.

S U M M A R Y

This dissertation was compiled in conjunction with a research project, the aim of which was to produce from old glass, structural foam glass blocks with excellent thermal insulation properties. We found a method which enables us to produce foam glass from a mixture of pulverized old glass and a bloating substance at high temperature. Depending on the various methods of bloating different types of foam glass were obtained.

Using thin transparent slices and volumetric measurements, the microstructure of these foam glasses was examined. Morphologically, we can differentiate between spherical foam glass and polyhedral foam glass! Special mention must be made of relationships (regressions) found between the density (ρ) and the size of pores (\bar{L}_3), as well as between the density and internal gas distribution (n, n^*) in polyhedral foam glass.

In spite of the many different shapes of polyhedron cell bubbles, it was possible to find a model which illustrates satisfactorily the internal load bearing structure of the polyhedral foam glass. This model corresponds quite closely to J. Plateau's principles of fluid foams.

In the model foam glass (TOP) discovered in this way, a relationship between its external loads and the stress conditions on its polyhedral bubble surfaces was found by using numerical stress analysis.

Based on the foregoing relation, the mechanical properties of polyhedral foam glass in relation to its density could be predicted satisfactorily by means of a hypothesis of fracture on the surface.

The fracture resistances ($\sigma_{dB}, \sigma_B, \tau_B$) and elastic properties (E, ν) found were compared with the values measured with foam glass test specimens. It was found that there is a satisfactory correspondence between the predicted values and those measured with the actual test specimens.

LEBENS LAUF

- 1941 Geboren am 1. Januar
- 1948 - Besuch der Volksschulen
1956 in Zürich
- 1956 - Berufswahlschule Zürich am
1957 Institut Juventus
- 1957 - Besuch der Gewerbeschule
1960 der Stadt Zürich
- 1960 Lehrabschlussprüfung
Bestanden
- 1960 - Besuch des Abendtechnikums
1965 Zürich, Abteilung für
Tiefbautechnik
- 1965 Diplom als Tiefbautechniker
- 1966 - Besuch der Maturitätskurse
1969 für Berufstätige an der Gewerbeschule
Zürich
- 1969 Eidg. Matura Typus C
- 1969 - Studium an der Abteilung
1973 für Bauingenieurwesen
an der ETH Zürich
- 1973 Diplom als Bauingenieur
- seit
1975 verheiratet mit Silvia,
geb. Wiederkehr
- 1975 Geburt von Urs am 25. April
- 1977 Geburt von Diana
am 26. November
- 1979 Prof. H.U. Schürch
am 5. Dezember bei einem
Flugunfall gestorben
- 1957 - Lehre als Eisenbeton
1960 zeichner bei Dipl. Ing.
E. Froimson in Zürich
- 1960 - Eisenbetonbauzeichner
1963 bei A. Meier, dipl.
Bauing. ETH, Wädenswil
- 1963 - Eisenbetonbauzeichner
1964 bei H. Lechner, Zürich,
Ingenieur SIA
- 1964 - Ingenieurbüro Hickel
1965 & Werffeli, Zürich
- 1965 - Ing.Tech.-HTL im Bureau
1968 für Wasserkraftanlagen
der Stadt Zürich
- 1972 3 Monate Praktikum
(Elektrowatt Zürich) auf
der Baustelle der Wasserkraft
anlage Kardamakis
(Griechenland)
- 1974 - Dipl. Bauingenieur bei
1976 den Nordostschweizerischen
Kraftwerke AG Baden
(Projektstudien für
Wasserkraftanlagen)
- 1976 - Assistent am Institut
1980 für Flugzeugstatik und
Leichtbau der ETH
(Prof. H.U. Schürch)